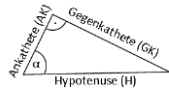


1. Trigonometrie



$$\sin \alpha = \frac{GK}{H} \quad GK = H \cdot \sin \alpha \quad H = \frac{GK}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{AK}{H} \quad AK = H \cdot \cos \alpha \quad H = \frac{AK}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{GK}{AK} \quad GK = AK \cdot \tan \alpha \quad AK = \frac{GK}{\tan \alpha}$$

2. Vorsätze für Masseinheiten

Vorsatz	Wert			
G	Giga	$(10^3)^3 = 10^9$	1.000.000.000	Milliarde
M	Mega	$(10^3)^2 = 10^6$	1.000.000	Million
k	Kilo	$(10^3)^1 = 10^3$	1.000	Tausend
h	Hektor	$10^2$	100	Hundert
da	Deka	$10^1$	10	Zehn
		$10^0$	1	Eins
d	Dezi	$10^{-1}$	0,1	Zehntel
c	Zenti	$10^{-2}$	0,01	Hundertstel
m	Milli	$(10^{-3})^1 = 10^{-3}$	0,001	Tausendstel
µ	Mikro	$(10^{-3})^2 = 10^{-6}$	0,000001	Millionstel
n	Nano	$(10^{-3})^3 = 10^{-9}$	0,000.000.001	Milliardstel
p	Piko	$(10^{-3})^4 = 10^{-12}$	0,000.000.000.001	Billionstel

3. Potenzrechnen

$a^0 = 1$

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^n \cdot b^n = (ab)^n$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

5. Kugel

Volumen:  
 $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Volumen Kugelmantel (Näherungsformel):  
 $V_M = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot D$   
 D: Manteldicke

7. Bogenmass

$\varphi = \frac{b}{r} \quad \varphi = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha$

$\varphi$ : Winkel im Bogenmass [rad]  
 $b$ : Bogenlänge  
 $r$ : Radius  
 $\alpha$ : Winkel in Grad [°]

8. Grad  $\leftrightarrow$  Radiant

Grad  $\Rightarrow$  Bogenmass:  
 $\varphi = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha$

Bogenmass  $\Rightarrow$  Grad:  
 $\alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \varphi$

4. Kreis

Umfang:  
 $u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

Fläche:  
 $A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$

6. Dichte (Masse)

$\rho = \frac{m}{V} \quad m = \rho \cdot V$

$\rho$ : Dichte [ $\frac{kg}{m^3}$ ]  
 $m$ : Masse [kg]  
 $V$ : Volumen [ $m^3$ ]

9. Veränderung in Prozent

Relative Veränderung =  $\frac{\text{absolute Veränderung}}{\text{ursprünglicher Wert}} = \frac{\text{neuer Wert} - \text{ursprünglicher Wert}}{\text{ursprünglicher Wert}}$

10. Umrechnen von Einheiten

$1m = 1 \cdot 10dm \Rightarrow 10dm = 10 \cdot 10cm \Rightarrow 100cm$   
 $1m^2 = 1 \cdot (10dm)^2 = 1 \cdot 10^2 dm^2 \Rightarrow 100dm^2 = 100 \cdot (10cm)^2 = 100 \cdot 10^2 cm^2 \Rightarrow 10^4 cm^2$   
 $1m^3 = 1 \cdot (10dm)^3 = 1 \cdot 10^3 dm^3 \Rightarrow 1^3 \cdot 10^3 dm^3 = 10^3 \cdot (10cm)^3 = 10^3 \cdot 10^3 cm^3 \Rightarrow 10^6 cm^3$

$1km^2 = 1 \cdot (1000m)^2 \Rightarrow 1 \cdot (10^3 m)^2 \Rightarrow 10^6 m^2$   
 $1dm^3 = 1 \cdot (10^{-1} m)^3 \Rightarrow 10^{-3} m^3 \Rightarrow 0,001 m^3$   
 $1m^3 = 1 \cdot (10^3 dm)^3 \Rightarrow 10^9 dm^3 \Rightarrow 1^9 \cdot 10^9 dm^3 \Rightarrow 1^9 \cdot 10^9 dm^3$

$1 \frac{kg}{dm^3} = 1 \frac{kg}{(10^{-1} m)^3} = 1 \frac{kg}{10^{-3} m^3} = 1 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

$1 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{cm^3} \begin{cases} \rightarrow 10^3 \\ \leftarrow 10^3 \end{cases} \left| 1 \frac{kg}{dm^3} \begin{cases} \rightarrow 10^3 \\ \leftarrow 10^3 \end{cases} \right| 1 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$   
 $1N = 1kg \frac{m}{s^2} \quad 1J = 1Nm = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = 1Ws \quad 1W = 1 \frac{J}{s} = 1 \frac{Nm}{s}$

$1kcal = 4.2kJ$   
 $0.239kcal = 1kJ$

$km/h \Rightarrow m/s \quad 3.6$   
 $100km/h : 3.6 = 27,78m/s$   
 $m/s \Rightarrow km/h \quad \cdot 3.6$   
 $5m/s \cdot 3.6 = 18km/h$

$h \Rightarrow min \quad : (1/60)$   
 $0.75h : (1/60) = 45min$

11. SI-Basiseinheiten

Basisgrösse	Formelzeichen	SI-Basiseinheit	Einheitenzeichen
Länge	l	Meter	[m]
Masse	m	Kilogramm	[kg]
Zeit	T	Sekunde	[s]
Stromstärke	I oder i	Ampere	[A]
thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	[K]
Stoffmenge	n	Mol	[mol]

12. Abgeleitete Grössen

Grösse	Formelzeichen	Einheit	Einheitenzeichen	Beziehung zur Grundeinheit
Spannung	U	Volt	[V]	$1V = 1 \frac{m^2 \cdot kg}{A \cdot s^3}$ $1V = 1 \frac{Nm}{As}$
Widerstand	R	Ohm	[Ω]	$1\Omega = 1V/A$
Elektr. Leistung	P	Watt	[W]	$1W = 1V \cdot A$ $1W = 1Nm/s$
Elektr. Arbeit	W	Wattsekunde	[Ws]	$1Ws = 1V \cdot As$ $1Ws = 1Nm$
Frequenz	f	Hertz	[Hz]	$1Hz = 1/s$
Kraft	F	Newton	[N]	$1N = 1kg \cdot \frac{m}{s^2}$
Druck	P	Pascal Bar	[Pa] [bar]	$1Pa = 1N/m^2$ $1bar = 10^5 N/m^2$
Arbeit	W	Joule	[J]	$1J = 1Nm = 1 \frac{m^2 \cdot kg}{s^2}$ $1J = 1Ws$
Energie	E	Joule	[J]	$1J = 1Nm = 1 \frac{m^2 \cdot kg}{s^2}$ $1J = 1Ws$
Leistung	P	Watt	[W]	$1W = 1 \frac{Nm}{s} = 1 \frac{m^2 \cdot kg}{s^3}$

13. Diverse Konstante

13.1. Optik  
 Brechungsindex n:  
 $n = \frac{c}{c_{medium}} \quad \left[ \frac{m}{s^2} \right]$

Luft: 1,000292  
 Eis: 1,31  
 Wasser: 1,33  
 Glas: 1,5  
 Diamant: 2,42

13.2. Kinematik

Erdbeschleunigung:  
 $g = 9,81$

Gravitationskonstante  
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \quad \left[ \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \right]$

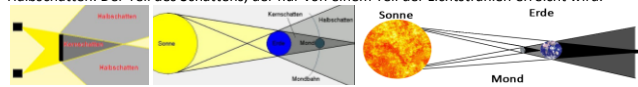
14. Optik

14.1. Reflexionsgesetz

Wird ein Lichtstrahl an einer spiegelnden Oberfläche reflektiert, so bilden einfallender und ausfallender Strahl eine Ebene (Reflexionsebene), die senkrecht auf der Oberfläche steht und es gilt: Einfallswinkel  $\alpha =$  Ausfallswinkel  $\beta$  (Reflexionswinkel)

14.2. Schattenwurf

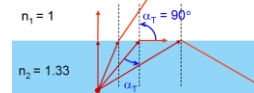
Kernschatten: Der Teil des Schattens, der von keinem Lichtstrahl erreicht wird.  
 Halbschatten: Der Teil des Schattens, der nur von einem Teil der Lichtstrahlen erreicht wird.



14.3. Brechungsgesetz / Totalreflexion

Das Licht wird im „optisch dichteren“ Medium zum Lot hin gebrochen.

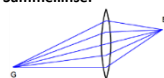
$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$



Totalreflexion: ( $n1 < n2$ )  
 $\sin \alpha_T = \frac{n_1}{n_2}$

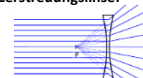
14.4. Sphärische Linsen

Konvex / Sammellinse:



Allgemein vereinigt eine konvexe Linse alle von einem Punkt G ausgehenden Strahlen wieder (näherungsweise) in einem Punkt B.

Konkav / Zerstreuungslinse:



Eine konkave Linse führt ein paralleles Lichtbündel in ein divergentes Bündel über, das scheinbar von einem bildseitigen Brennpunkt auszugehen scheint.

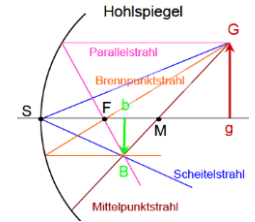
14.5. Abbildungsgleichung / Abbildungsverhältnis

Abbildungsgleichung:  
 $\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f} = \frac{1}{r}$

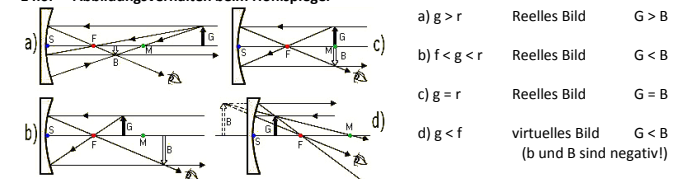
$b = \frac{f \cdot g}{g - f} = \frac{g \cdot B}{G - B}$   
 $g = \frac{f \cdot b}{b - f} = \frac{G \cdot b}{B - G}$   
 $f = \frac{g \cdot b}{b + g} = \frac{G \cdot b}{B + G}$

V: Abbildungsverhältnis (Vergrößerung / Verkleinerung)  
 $V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{f}{g - f}$   
 B: Bildgrösse  
 G: Gegenstandsgrösse  
 b: Bildweite  
 g: Gegenstandsweite  
 f: Brennpunkt / -weite  
 M:  $2 \cdot f = r$

Virtuelles Bild beim Hohlspiegel:  
 Wenn b negativ ist handelt es sich um ein virtuelles Bild!



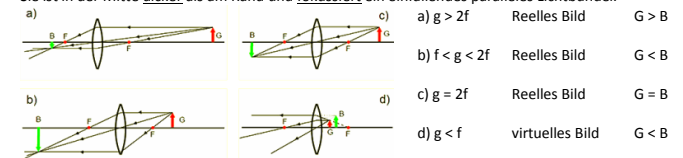
14.6. Abbildungsverhalten beim Hohlspiegel



14.7. Abbildungsverhalten der Linsen

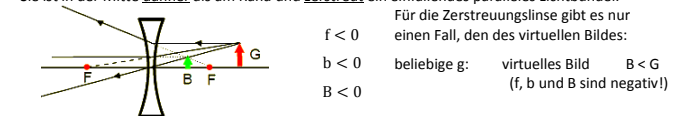
Konvex- oder Sammellinse:

Sie ist in der Mitte **dicker** als am Rand und **fokussiert** ein einfallendes paralleles Lichtbündel.



Konkav- oder Zerstreuungslinse:

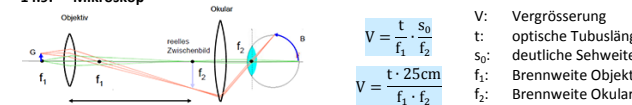
Sie ist in der Mitte **dünnere** als am Rand und **zerstreut** ein einfallendes paralleles Lichtbündel.



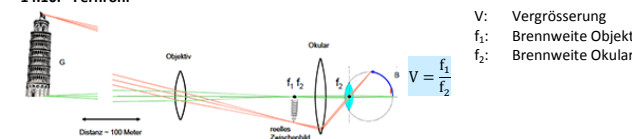
14.8. Lupe



14.9. Mikroskop

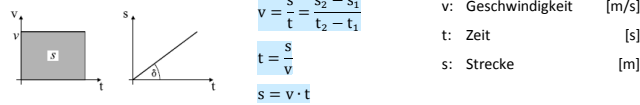


14.10. Fernrohr

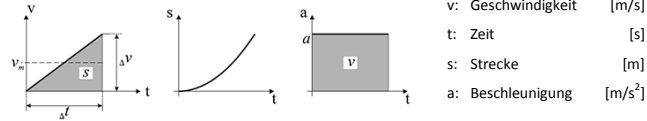


### 15. Kinematik

#### 15.1. Gleichförmige geradlinige Bewegung



#### 15.2. Gleichmäßige beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit



$$v = a \cdot t$$

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

$$v = \frac{2 \cdot s}{t}$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$$

$$t = \frac{2 \cdot s}{v}$$

$$s = \frac{v \cdot t}{2}$$

$$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

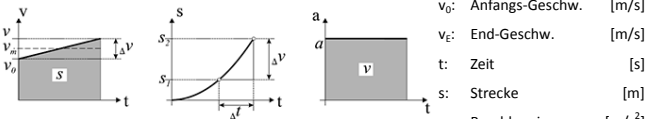
$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$$

$$a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

#### 15.3. Gleichmäßige beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit



$$v_E = v_0 + a \cdot t$$

$$v_E = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s}$$

$$v_E = \frac{2 \cdot s}{t} - v_0$$

$$v_0 = v_E - a \cdot t$$

$$v_0 = \sqrt{v_E^2 - 2 \cdot a \cdot s}$$

$$a = \frac{v_E - v_0}{t}$$

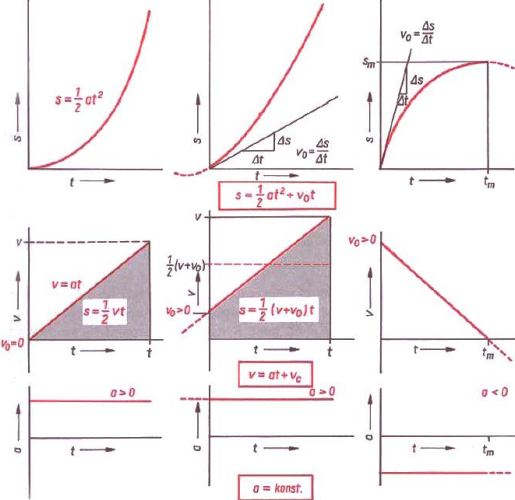
$$a = \frac{v_E^2 - v_0^2}{2 \cdot s}$$

$$s = \frac{v_0 + v_E}{2} \cdot t$$

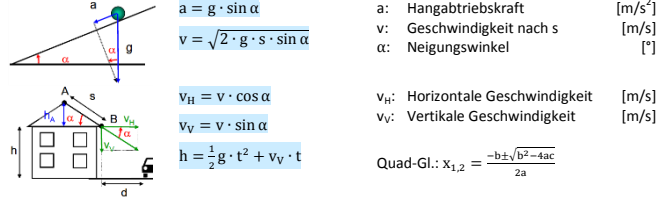
$$s = \frac{v_E^2 - v_0^2}{2 \cdot a} \cdot t$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

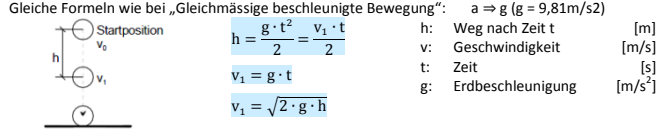
#### 15.4. Übersicht gleichmäßig beschleunigte Bewegung



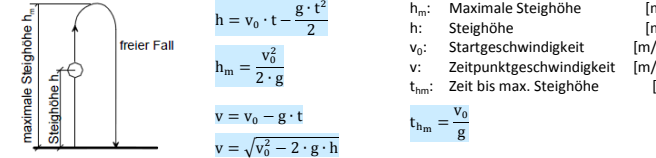
#### 15.5. Geschwindigkeiten auf Gefällstrecken



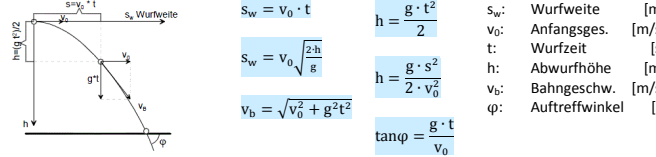
#### 15.6. Freier Fall (ohne Luftreibung)



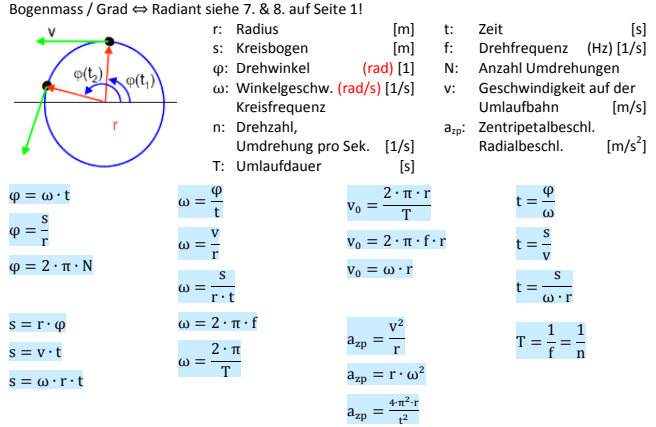
#### 15.7. Senkrechter Wurf



#### 15.8. Horizontaler Wurf



#### 15.9. Gleichförmige Kreisbewegung



### 16. Dynamik

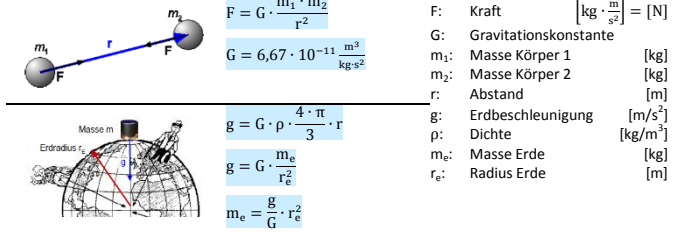
#### 16.1. Newtonsche Gesetze

- Trägheitsprinzip: Ohne äussere Krafteinwirkung verharrt ein Körper im Zustand der Ruhe oder der geradlinigen Bewegung.
- Aktionsprinzip: Die Änderung der Bewegung einer Masse ist der Einwirkung der bewegendes Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.
- Reaktionsprinzip: Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus, so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A. ( $F_{12} = -F_{21}$ )

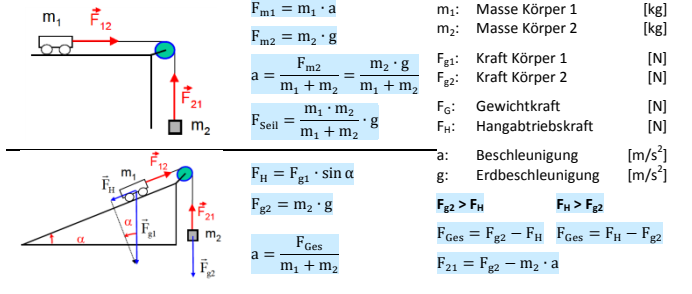
#### 16.2. Grundgesetz der Dynamik / Gewichtskraft



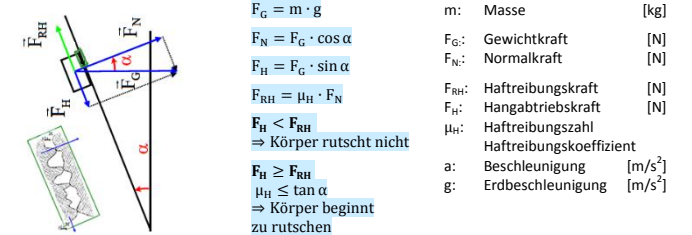
#### 16.3. Gravitationsgesetz



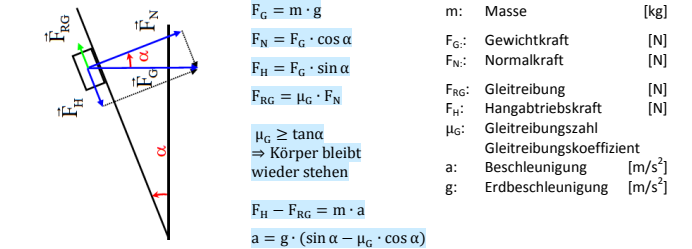
#### 16.4. Trägheitsgesetz und Wechselwirkungsgesetz



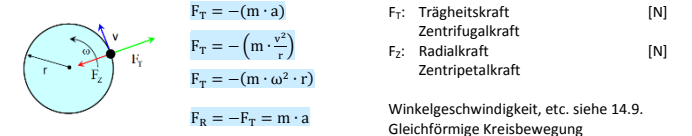
#### 16.5. Reibungskräfte (FRH > FH) - Haftreibung



#### 16.6. Reibungskräfte (FRG < FH) - Gleitreibung



#### 16.7. Trägheitskräfte und Inertialsysteme



### 17. Physikalische Arbeit

#### 17.1. Allgemein

Arbeit = Kraft · Weg  
 $W = F \cdot s$

W: Arbeit [Nm], [kg · m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>], [J]  
 F: Kraft [N]  
 s: Weg [m]

#### 17.2. Arbeit mit Kräften unter einem Winkel

$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$

W: Arbeit [J]  
 F: Kraft [N]  
 s: Weg [m]  
 alpha: Steigungswinkel der Kraft [°]

#### 17.3. Hubarbeit

$W_H = m \cdot g \cdot h$

W<sub>H</sub>: Hubarbeit [J]  
 m: Masse [kg]  
 g: Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>]  
 h: Höhe, Weg [m]

#### 17.4. Hubarbeit reibungsfrei auf schiefer Ebene

$W_{12} = F \cdot s$   
 $W_{12} = m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha$   
 $W_{12} = m \cdot g \cdot h$   
 $F = m \cdot g \cdot \sin \alpha$   
 $s = \frac{h}{\sin \alpha}$     $h = \frac{s}{\sin \alpha}$

W<sub>12</sub>: Hubarbeit zw. 1 und 2 [J]  
 F: Kraft [N]  
 alpha: Winkel der Ebene [°]  
 m: Masse [kg]  
 g: Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>]  
 h: Höhe [m]  
 s: Weg [m]

#### 17.5. Flaschenzug, Hebel

$W_H = F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$

Was man an Kraft spart, muss man an Weg zusetzen!

n: Anzahl tragende Seile

$F_Z = \frac{1}{n} \cdot F_L$   
 $s_Z = n \cdot s_L$

$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$

#### 17.6. Beschleunigungsarbeit

$W_B = m \cdot a \cdot s$

Mit Anfangsgeschw.:  
 $W_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_0^2)$

Ohne Anfangsgeschw.:  
 $W_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

W<sub>B</sub>: Beschleunigungsarbeit [J]  
 m: Masse [kg]  
 a: Beschleunigung [m/s<sup>2</sup>]  
 s: Strecke [m]

V<sub>A</sub>: Anfangsgeschwindigkeit [m/s]  
 V<sub>E</sub>: Endgeschwindigkeit [m/s]

#### 17.7. Federspannarbeit

$W_F = \frac{k}{2} \cdot s^2$   
 $W_F = \frac{k}{2} \cdot (s_E^2 - s_A^2)$

$W_F = \frac{F}{2} \cdot s$   
 $F = k \cdot s$

W<sub>F</sub>: Federspannarbeit [J]  
 k: Federkonstante [N/m]  
 s: Strecke [m]  
 s<sub>A</sub>: Anfangsstrecke [m]  
 s<sub>E</sub>: Endstrecke [m]

#### 17.8. Reibungsarbeit

$W_R = F_R \cdot s$   
 $W_R = \mu \cdot m \cdot g \cdot s$   
 $F_R = \mu \cdot m \cdot g$

W<sub>R</sub>: Reibungsarbeit [J]  
 F<sub>R</sub>: Reibungskraft [N]  
 mu: Reibungszahl  
 m: Masse [kg]  
 g: Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>]  
 s: Strecke [m]

### 18. Physikalische Energie

#### 18.1. Energieerhaltungssatz

$E_{Kin} + E_{Pot} = E_{Gesamt}$

E: Energie [J]

Die Masse kann in der Gleichung ausgeklammert und gekürzt werden!

### 18.2. Kinetische Energie (Gespeicherte Beschleunigung / Rotation)

$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

E<sub>k</sub>: kinetische Energie [J]  
 m: Masse [kg]  
 v: Geschwindigkeit [m/s]

### 18.3. Potentielle Energie (Gespeicherte Hubarbeit / Federarbeit)

$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$   
 $E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2$

E<sub>p</sub>: potentielle Energie [J]  
 m: Masse [kg]  
 g: Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>]  
 h: Höhe [m]  
 k: Federkonstante [N/m]  
 s: Strecke [m]

$E = E_k + E_p$   
 $E_k = 1/2 \cdot m \cdot v_0^2$   
 $E_p = m \cdot g \cdot h$

Oben:  $E_k = 1/2 \cdot m \cdot v_0^2$ ,  $E_p = 0$   
 Unten:  $E_k = 1/2 \cdot m \cdot v^2$ ,  $E_p = 0$

W<sub>RA</sub> = S<sub>A</sub> · μ · g · m · g    W<sub>RR</sub> = S<sub>R</sub> · μ · g · m · g

### 19. Physikalische Leistung

**19.1. Leistung**  
 $[P] = \left[ \frac{J}{s} \right] = \left[ \frac{kg \cdot m^2}{s^3} \right]$   
 $[P] = [W]$  (Watt)

$P = \frac{W}{t}$   
 $P = F_s \cdot \frac{s}{t} = F_s \cdot v$

P: Leistung [W]  
 W: Arbeit [J]  
 t: Zeit [s]  
 F<sub>s</sub>: Kraft [N]  
 s: Strecke [m]  
 v: Geschwindigkeit [m/s]

### 19.2. PS (Pferdestärke)

1 PS = 735.75 W

1 PS ist definiert als Leistung, die benötigt wird um eine Masse von 75kg, im Schwerfeld der Erde (g = 9.81m/s<sup>2</sup>), mit der Geschwindigkeit von 1m/s anzuheben.

$1 PS = 75 kg \cdot \frac{9.81 m}{s^2} \cdot \frac{1 m}{s}$

### 20. Elektrotechnik

**20.1. Strom / Spannung**  
 $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$   
 $U = \frac{E_p}{Q}$   
 $[U] = \left[ \frac{J}{C} \right] = \left[ \frac{N \cdot m}{A \cdot s} \right] = \left[ \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3} \right]$

I: Strom (Amper) [A]  
 U: Spannung (Volt) [V]  
 t: Zeit [s]  
 Q: Ladung [s]

### 20.2. Ohmsches Gesetz

$U = R \cdot I$   
 $R = \frac{U}{I}$   
 $I = \frac{U}{R}$

U: Spannung [V]  
 I: Strom [A]  
 R: Widerstand (Ohm) [Ω]

### 20.3. Leitungswiderstand

$\Omega \cdot m \Rightarrow \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$  Faktor: · 10<sup>6</sup>

$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$

R: Widerstand [Ω]  
 rho: Spez. Widerstand [Ω · mm<sup>2</sup>/m]  
 l: Länge [m]  
 A: Querschnitt [mm<sup>2</sup>]

### 20.4. Leistung

$P = U \cdot I$   
 $P = I^2 \cdot R$   
 $P = \frac{U^2}{R}$

P: Leistung (Watt) [W]  
 U: Spannung [V]  
 I: Strom [A]  
 R: Widerstand [Ω]

### 20.5. Energie, Elektrische Arbeit

$W = P \cdot t$   
 $P = \frac{W}{t}$   
 $t = \frac{W}{P}$

W: Energie [Ws]  
 P: Leistung [W]  
 t: Zeit [s]

### 20.6. Reihenschaltung von Spannungsquellen

$U_{Ges} = U_1 + U_2 + U_n$   
 $I = I_1 = I_2 = I_n$

U: Spannung [V]  
 I: Strom [A]

### Parallelschaltungen von Spannungsquellen

$U = U_1 = U_2 = U_n$   
 $I_{Ges} = I_1 + I_2 + I_n$

U: Spannung [V]  
 I: Strom [A]

### 20.7. Reihenschaltung von Widerständen

$U_{Ges} = U_1 + U_2 + U_n$   
 $I = I_1 = I_2 = I_n$   
 $R_{Ges} = R_1 + R_2 + R_n$

U: Spannung [V]  
 I: Strom [A]  
 R: Widerstand [Ω]

### 20.8. Parallelschaltungen von Widerständen

$U = U_1 = U_2 = U_n$   
 $I_{Ges} = I_1 + I_2 + I_n$

$R_{Ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_n}}$

Bei zwei Widerständen:  
 $R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$     $I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$     $I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

U: Spannung [V]  
 I: Strom [A]  
 R: Widerstand [Ω]

### 20.9. Spannungsquellen mit Innenwiderstand

$U_{kl} = U_0 - U_{RI}$   
 $U_{RI} = I \cdot R_I$   
 $I = \frac{U_0}{R_{kl} + R_i}$   
 $R_i = \frac{\Delta U_{kl}}{\Delta I}$

U<sub>kl</sub>: Klemmenspannung [V]  
 U<sub>0</sub>: Quellenspannung [V]  
 U<sub>RI</sub>: Spannung Innenwiderst. [V]  
 I: Strom [A]  
 R<sub>kl</sub>: Lastwiderstand [Ω]  
 R<sub>i</sub>: Innenwiderstand [Ω]

### 20.10. Wechselstrom (AC)

$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$   
 $I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t)$   
 $R = \frac{U_0}{I(t)} \cdot \sin(\omega \cdot t)$   
 $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$

U<sub>0j</sub>: Scheitelspannung [V]  
 U<sub>(t)</sub>: Spannung (Zeitpunkt) [V]  
 I<sub>0j</sub>: Strom (Zeitpunkt) [A]  
 R: Widerstand [Ω]  
 omega: Kreisfrequenz [1/s]  
 f: Frequenz [Hz]  
 t: Zeit [s]  
 T: Periodendauer [s]

Achtung: RAD umschalten wenn pi

### 20.11. Effektivwerte Spannung und Strom

$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$   
 $I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

U<sub>eff</sub>: Effektivwert Spannung [V]  
 U<sub>0j</sub>: Scheitwert Spannung [V]  
 I<sub>eff</sub>: Effektivwert Strom [A]  
 I<sub>0j</sub>: Scheitwert Strom [A]

### 20.12. Mittlere Leistung

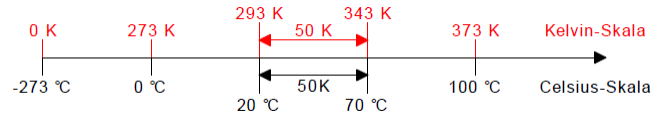
$P(t) = U(t) \cdot I(t) = [U_0 \cdot \sin(\omega t)] \cdot [I_0 \cdot \sin(\omega t)]$   
 $P(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$   
 $P(t) = I_0^2 \cdot R \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$

P<sub>(t)</sub>: Leistung (Zeitpunkt) [W]  
 U<sub>(t)</sub>: Spannung (Zeitpunkt) [V]  
 U<sub>0j</sub>: Scheitwert Spannung [V]  
 I<sub>(t)</sub>: Strom (Zeitpunkt) [A]  
 I<sub>0j</sub>: Scheitwert Strom [A]  
 R: Widerstand [Ω]  
 omega: Kreisfrequenz [1/s]

Achtung: RAD umschalten wenn pi

## 21. Wärmelehre

### 21.1. Kelvin ↔ Celsius



### 21.2. Druck von Flüssigkeiten und Gasen

1 bar =  $10^5 \text{ Pa} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$   
 Normaldruck: 1.013 bar = 101.3 kPa  
 Wassersäule: pro 10 m = 1 bar

$$p = \frac{F}{A}$$

p: Druck [N/m<sup>2</sup>], (Pascal) [Pa]  
 F: Kraft [N]  
 A: Fläche [m<sup>2</sup>]

### 21.3. Kolbenruck

$F_1 \cdot A_1 = F_2 \cdot A_2$   
 $p_1 = p_2$

F<sub>1</sub>: Kraft 1 [N]  
 F<sub>2</sub>: Kraft 2 [N]  
 A<sub>1</sub>: Fläche 1 [m<sup>2</sup>]  
 A<sub>2</sub>: Fläche 2 [m<sup>2</sup>]

### 21.4. Schweredruck

$p = \frac{F_G}{A} = \frac{m \cdot g}{A}$   
 $p = \rho_{Fl} \cdot V \cdot g = \rho_{Fl} \cdot g \cdot h$

p: Druck [Pa]  
 F: Kraft [N]  
 g: Erdbeschleunigung [N/kg], [m/s<sup>2</sup>]  
 h: Höhe [m]  
 A: Fläche [m<sup>2</sup>]  
 rho<sub>Fl</sub>: Dichte Flüssigkeit [kg/m<sup>3</sup>]

Unter Wasser muss der Normaldruck (1.013 bar) berücksichtigt werden!

### 21.5. Auftrieb in Flüssigkeiten und Gasen

**Archimedisches Prinzip:** Die Auftriebskraft eines Körper in einem Medium ist genauso gross wie die Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums.

$F_A = F_2 - F_1 = \rho_{Fl} \cdot g \cdot h_1 \cdot A_1 - \rho_{Fl} \cdot g \cdot h_2 \cdot A_2 = \rho_{Fl} \cdot g \cdot A \cdot (h_2 - h_1) = \rho_{Fl} \cdot g \cdot A \cdot h$   
 $F_A = \rho_F \cdot g \cdot V$

p: Druck [Pa]  
 F: Kraft [N]  
 g: Erdbeschleunigung [N/kg], [m/s<sup>2</sup>]  
 h: Höhe [m]  
 A: Fläche [m<sup>2</sup>]  
 rho<sub>Fl</sub>: Dichte Flüssigkeit [kg/m<sup>3</sup>]

### 21.6. %-Anteil eines Körpers im Wasser

$F_A = F_G$  (Körper schwimmt)  
 $V_{\text{im Wasser}} \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot g = V_{\text{Körper}} \cdot \rho_{\text{Körper}} \cdot g$   
 $V_{\text{im Wasser}} \cdot \rho_{\text{Wasser}} = V_{\text{Körper}} \cdot \rho_{\text{Körper}}$   
 $V_{\text{im Wasser}} = V_{\text{Körper}} \cdot \frac{\rho_{\text{Körper}}}{\rho_{\text{Wasser}}}$

g: Erdbeschleunigung [N/kg], [m/s<sup>2</sup>]

(% - Anteil im Wasser)

### 21.7. Kraftaufwand um ein Gewicht aus dem Wasser zu heben

F<sub>x</sub>: Kraft [N]  
 rho<sub>G</sub>: Dichte Gewicht [kg/m<sup>3</sup>]  
 rho<sub>Fl</sub>: Dichte Flüssigkeit [kg/m<sup>3</sup>]  
 V<sub>G</sub>: Volumen Gewicht [m<sup>3</sup>]  
 V<sub>Fl</sub>: Volumen Flüssigkeit [m<sup>3</sup>]  
 h<sub>1</sub>: Höhe zw. Fl.-Oberfl. und Gew. [m]  
 h<sub>2</sub>: Höhe Gew. noch in der Fl. [m]  
 A<sub>G</sub>: Fläche Gewicht [m<sup>2</sup>]  
 g: Erdbeschleunigung [N/kg], [m/s<sup>2</sup>]

**Fall A:**  $F_x = F_G + F_{Fl,G}$   
 $F_x = \rho_G \cdot V_G \cdot g + \rho_{Fl} \cdot h_1 \cdot A_G \cdot g$

**Fall B:**  $F_y = F_G - F_{A1}$  ( $F_{A1} = F_{Fl,verdrängt}$ )  
 $F_y = \rho_G \cdot V_G \cdot g - \rho_{Fl} \cdot V_G \cdot g$

**Fall C:**  $F_z = F_G - F_{A2}$  ( $F_{A2} = F_{Fl,verdrängt}$ )  
 $F_z = \rho_G \cdot V_G \cdot g - \rho_{Fl} \cdot A_G \cdot h_3 \cdot g$

## 21.8. 1. Hauptsatz der Wärmelehre

$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$

ΔU: Innere Energie [J]  
 ΔQ: Übertragene Wärmeenergie [J]  
 ΔW: Übertragene mechanische Arbeit [J]

### 21.9. Thermische Ausdehnung

$\frac{\Delta l}{l_1} = \frac{l_2 - l_1}{l_1} = \alpha \cdot \Delta T$   
 $\frac{\Delta A}{A_1} = \frac{A_2 - A_1}{A_1} = \beta \cdot \Delta T$   
 $\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \gamma \cdot \Delta T$   
 $\beta = 2\alpha$        $\gamma = 3\alpha$

ΔT: Temperatur Änderung [K<sup>-1</sup>]  
 l<sub>1</sub>: Anfangs Länge [m]  
 l<sub>2</sub>: End Länge [m]  
 Δl: Längen Änderung [m]  
 A<sub>1</sub>: Anfangs Fläche [m<sup>2</sup>]  
 A<sub>2</sub>: End Fläche [m<sup>2</sup>]  
 ΔA: Fläche Änderung [m<sup>2</sup>]  
 V<sub>1</sub>: Anfangs Volumen [m<sup>3</sup>]  
 V<sub>2</sub>: End Volumen [m<sup>3</sup>]  
 ΔV: Volumen Änderung [m<sup>3</sup>]  
 α: Längenausdehnungskoeffizient [K<sup>-1</sup>]  
 β: Flächenausdehnungskoeffizient [K<sup>-1</sup>]  
 γ: Volumenausdehnungskoeffizient [K<sup>-1</sup>]

### 21.10. Wärmekapazität

„System“ / „Körper“: C: Wärmekapazität eines Körpers [ $\frac{J}{K}$ ]  
 „Material“: c: Wärmekapazität C1 + C2 [ $\frac{J}{K}$ ]  
 $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$        $c = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T}$       C<sub>12</sub>: Wärmekapazität C1 + C2 [ $\frac{J}{K}$ ]  
 $C_{12} = (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2)$       c: spez. Wärmekapazität [ $\frac{J}{kg \cdot K}$ ]  
 ΔQ: Wärmeenergie [J]  
 ΔT: Temperaturdifferenz [K]  
 m: Masse [kg]

### 21.11. Wärmeverhalten von Gasen

**Achtung:**  $p \cdot V = n \cdot k \cdot T$       p: Druck [Pa]  
 Temperatur ist in Kelvin!  $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$       V: Volumen [m<sup>3</sup>]  
 (\*C + 273 = K)      n: Anzahl Gasteilchen  
 Na: Avogadrozahl  $6.022 \cdot 10^{23} [\text{mol}^{-1}]$   
 K: Boltzmann-Konstante  $1.38 \cdot 10^{-23} [\frac{J}{K}]$   
 T: Temperatur [K]  
 R: Gaskonstante  $8.31 [\frac{J}{\text{mol} \cdot K}]$

absoluter Druck! (+Normaldruck 1.013 bar)

### 21.12. konstante Temperatur / Isotherme Zustandsänderung (Boyle Mariotte)

Temperatur = konstant       $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$       p: Druck [N/m<sup>2</sup>], [Pa]  
 $p \sim \frac{1}{V}$       V: Volumen [m<sup>3</sup>]

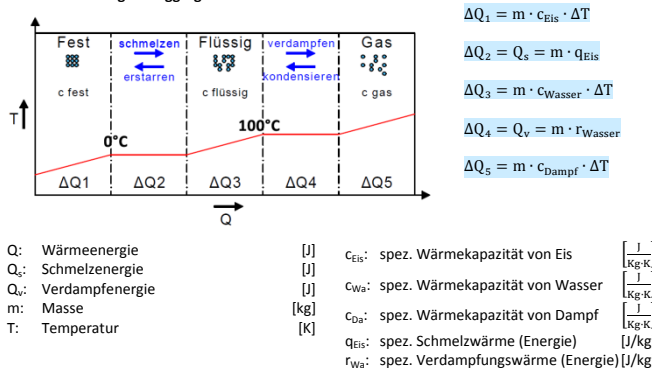
### 21.13. konstantes Volumen / Isochore Zustandsänderung (Gay-Lussac)

Volumen = konstant       $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$       p: Druck [N/m<sup>2</sup>], [Pa]  
 $p \sim T$       T: Temperatur [K]

### 21.14. konstanter Druck / Isobare Zustandsänderung (Charles)

Druck = konstant       $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$       V: Volumen [m<sup>3</sup>]  
 $V \sim T$       T: Temperatur [K]

### 21.15. Änderung des Aggregatzustandes



## 21.16. Wärmebilanz bei Temperaturausgleich / Wärmemischung

$Q_{ab} = Q_{auf}$       Q<sub>ab</sub>: Abgegebene Wärmemenge [J]  
 Q<sub>auf</sub>: Aufgenommene Wärmemenge [J]  
 $T_M = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$       T<sub>M</sub>: Mischtemperatur [K]  
 T<sub>1</sub>: Temperatur Körper 1 [K]  
 T<sub>2</sub>: Temperatur Körper 2 [K]  
 m<sub>1</sub>: Masse Körper 1 [kg]  
 m<sub>2</sub>: Masse Körper 2 [kg]  
 c<sub>1</sub>: Wärmekapazität Körper 1 [J/(kg·K)]  
 c<sub>2</sub>: Wärmekapazität Körper 2 [J/(kg·K)]

Temperaturausgleich (T<sub>1</sub> > T<sub>M</sub> > T<sub>2</sub>)  
 $m_1 \cdot c_1 (T_1 - T_M) = m_2 \cdot c_2 (T_M - T_2)$

## 22. Verschiedene Aufgaben

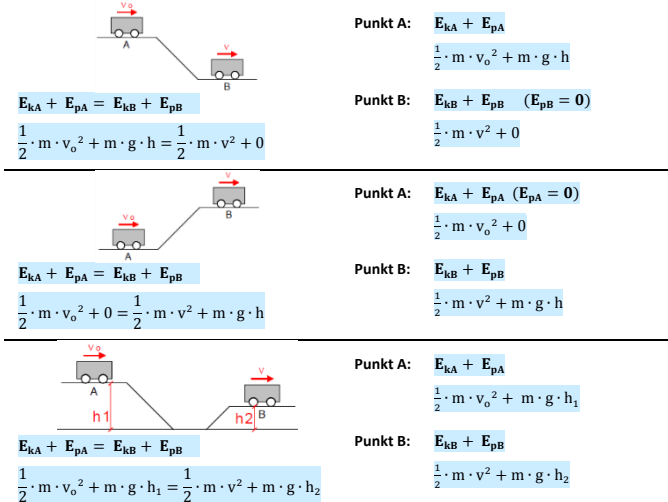
### 22.1. Resultierende Geschwindigkeit mit Abdrift

$v_R = \sqrt{v_S^2 + v_F^2}$       F<sub>y</sub>: Strömungsgeschw. Fluss [m/s]  
 $t = \frac{b}{v_S}$       s = t · v<sub>R</sub>      F<sub>S</sub>: Schwimmggeschwindigkeit [m/s]  
 $\alpha = \arctan\left(\frac{v_F}{v_S}\right)$       F<sub>R</sub>: Resultierende Geschw. [m/s]  
 α: Abdrift-Winkel [°]  
 b: Fluss Breite [m]  
 t: Zeit zum überqueren [s]  
 s: Strecke [m]

### 22.2. Resultierende Geschwindigkeit mit Vorhaltwinkel

$v_R = \sqrt{v_S^2 - v_F^2}$       F<sub>y</sub>: Strömungsgeschw. Fluss [m/s]  
 $t = \frac{b}{v_R}$       s = t · v<sub>R</sub>      F<sub>S</sub>: Schwimmggeschwindigkeit [m/s]  
 $\alpha = \arcsin\left(\frac{v_F}{v_S}\right)$       F<sub>R</sub>: Resultierende Geschw. [m/s]  
 α: Vorhalte-Winkel [°]  
 b: Fluss Breite [m]  
 t: Zeit zum überqueren [s]  
 s: Strecke [m]

### 22.3. Potentielle Energie ⇒ kinetische Energie



### 22.4. Luftballon

$F_{\text{Auftrieb}} = V_B \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot g$       V<sub>B</sub>: Volumen Ballon [m<sup>3</sup>]  
 $F_{G\text{Luft}} = V_B \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot \frac{T_{\text{innen}}}{T_{\text{ausen}}} \cdot g$       V<sub>S</sub>: Volumen Seide [m<sup>3</sup>]  
 $F_{G\text{Seide}} = V_S \cdot \rho_{\text{Seide}} \cdot g$       rho<sub>Luft</sub>: Dichte Luft [kg/m<sup>3</sup>]  
 $F_{G\text{Masse}} = m \cdot g$       rho<sub>Seide</sub>: Dichte Seide [kg/m<sup>3</sup>]  
 m: Masse [kg]  
 g: Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>]

Kräfte Gleichgewicht:  
 $F_{\text{Auftrieb}} = F_{G\text{Luft}} + F_{G\text{Seide}} + F_{G\text{Masse}}$