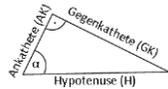


1. Trigonometrie



$$\sin \alpha = \frac{GK}{H} \quad GK = H \cdot \sin \alpha \quad H = \frac{GK}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{AK}{H} \quad AK = H \cdot \cos \alpha \quad H = \frac{AK}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{GK}{AK} \quad GK = AK \cdot \tan \alpha \quad AK = \frac{GK}{\tan \alpha}$$

2. Vorsätze für Masseinheiten

Vorsatz	Wert			
G Giga	$(10^3)^3 = 10^9$	1.000.000.000	Milliarde	
M Mega	$(10^3)^2 = 10^6$	1.000.000	Million	
k Kilo	$(10^3)^1 = 10^3$	1.000	Tausend	
h Hektor	10^2	100	Hundert	
da Dekka	10^1	10	Zehn	
	10^0	1	Eins	
d Dezi	10^{-1}	0,1	Zehntel	
c Zenti	10^{-2}	0,01	Hundertstel	
m Milli	$(10^{-3})^1 = 10^{-3}$	0,001	Tausendstel	
µ Mikro	$(10^{-3})^2 = 10^{-6}$	0,000.001	Millionstel	
n Nano	$(10^{-3})^3 = 10^{-9}$	0,000.000.001	Milliardstel	
p Piko	$(10^{-3})^4 = 10^{-12}$	0,000.000.000.001	Billionstel	

3. Potenzrechnen

$$a^0 = 1$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

4. Kreis

Umfang: $u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

Fläche: $A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$

5. Kugel

Volumen: $V = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3$

Volumen Kugelmantel (Näherungsformel): $V_M = 4\pi \cdot r^2 \cdot D$

D: Manteldicke

6. Dichte (Masse)

$$\rho = \frac{m}{V} \quad m = \rho \cdot V$$

ρ : Dichte $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

m : Masse $[kg]$

V : Volumen $[m^3]$

7. Bogenmass

$$\varphi = \frac{b}{r} \quad \varphi = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha$$

φ : Winkel im Bogenmass $[rad]$

b : Bogenlänge

r : Radius

α : Winkel in Grad $[^\circ]$

8. Grad \leftrightarrow Radiant

Grad \Rightarrow Bogenmass: $\varphi = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha$

Bogenmass \Rightarrow Grad: $\alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \varphi$

9. Veränderung in Prozent

$$\text{Relative Veränderung} = \frac{\text{absolute Veränderung}}{\text{ursprünglicher Wert}} = \frac{\text{neuer Wert} - \text{ursprünglicher Wert}}{\text{ursprünglicher Wert}}$$

10. Umrechnen von Einheiten

$$\frac{1m}{10} = 1 \cdot 10^{-1} dm \Rightarrow 10dm = 10 \cdot 10cm \Rightarrow \frac{100cm}{10} = 10cm$$

$$\frac{1m^2}{10} = 1 \cdot (10dm)^2 = 1 \cdot 10^2 dm^2 \Rightarrow \frac{100dm^2}{10} = 100 \cdot (10cm)^2 = 100 \cdot 10^2 cm^2 \Rightarrow \frac{10'000cm^2}{10} = 1'000cm^2$$

$$\frac{1m^3}{10} = 1 \cdot (10dm)^3 = 1 \cdot 10^3 dm^3 \Rightarrow \frac{1'000dm^3}{10} = 10^3 \cdot (10cm)^3 = 10^3 \cdot 10^3 cm^3 \Rightarrow \frac{10^6 cm^3}{10} = 10^5 cm^3$$

$$\frac{1km^2}{10} = 1 \cdot (1000m)^2 \Rightarrow 1 \cdot (10^3 m)^2 \Rightarrow \frac{10^6 m^2}{10} = 10^5 m^2$$

$$\frac{1dm^3}{10} = 1 \cdot (10^{-1} m)^3 \Rightarrow 10^{-3} m^3 \Rightarrow \frac{0,001m^3}{10} = 0,0001m^3$$

$$\frac{1m^3}{10} = 1 \cdot (10^3 dm)^3 \Rightarrow 10^9 dm^3 \Rightarrow \frac{1'000dm^3}{10} = 10^8 dm^3$$

$$\frac{1kg}{dm^3} = 1 \frac{kg}{(10^{-1}m)^3} = 1 \frac{kg}{10^{-3}m^3} = 1 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

$$1 \frac{kg}{cm^3} \left| \begin{array}{l} \rightarrow: 10^3 \\ \leftarrow: 10^3 \end{array} \right| 1 \frac{kg}{dm^3} \left| \begin{array}{l} \rightarrow: 10^3 \\ \leftarrow: 10^3 \end{array} \right| 1 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

$$1N = 1kg \frac{m}{s^2} \quad 1J = 1Nm = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = 1Ws \quad 1W = 1 \frac{J}{s} = 1 \frac{Nm}{s}$$

$$1kcal = 4.2kJ \quad 0.239kcal = 1kJ$$

11. SI-Basiseinheiten

Basisgrösse	Formelzeichen	SI-Basiseinheit	Einheitenzeichen
Länge	l	Meter	[m]
Masse	m	Kilogramm	[kg]
Zeit	T	Sekunde	[s]
Stromstärke	I oder i	Ampere	[A]
thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	[K]
Stoffmenge	n	Mol	[mol]

12. Abgeleitete Grössen

Grösse	Formelzeichen	Einheit	Einheitenzeichen	Beziehung zur Grundeinheit
Spannung	U	Volt	[V]	$1V = 1 \frac{m^2 \cdot kg}{A \cdot s^3}$ $1V = 1 \frac{Nm}{As}$
Widerstand	R	Ohm	[Ω]	$1\Omega = 1V/A$
Elektr. Leistung	P	Watt	[W]	$1W = 1V \cdot A$ $1W = 1Nm/s$
Elektr. Arbeit	W	Wattsekunde	[Ws]	$1Ws = 1V \cdot As$ $1Ws = 1Nm$
Frequenz	f	Hertz	[Hz]	$1Hz = 1/s$
Kraft	F	Newton	[N]	$1N = 1kg \cdot \frac{m}{s^2}$
Druck	P	Pascal Bar	[Pa] [bar]	$1Pa = 1N/m^2$ $1bar = 10^5 N/m^2$
Arbeit	W	Joule	[J]	$1J = 1Nm = 1 \frac{m^2 \cdot kg}{s^2}$ $1J = 1Ws$
Energie	E	Joule	[J]	$1J = 1Nm = 1 \frac{m^2 \cdot kg}{s^2}$ $1J = 1Ws$
Leistung	P	Watt	[W]	$1W = 1 \frac{Nm}{s} = 1 \frac{m^2 \cdot kg}{s^3}$

13. Diverse Konstante

13.1. Optik

Brechungsindex n: $n = \frac{c}{c_{medium}} \left[\frac{m}{s^2}\right]$

Luft: 1,000292

Eis: 1,31

Wasser: 1,33

Glas: 1,5

Diamant: 2,42

13.2. Kinematik

Erdbeschleunigung: $g = 9,81$

Gravitationskonstante: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{m^3}{kg \cdot s^2}\right]$

14. Optik

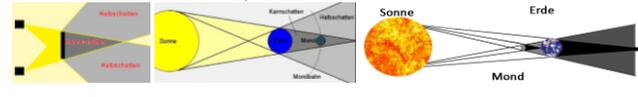
14.1. Reflexionsgesetz

Wird ein Lichtstrahl an einer spiegelnden Oberfläche reflektiert, so bilden einfallender und ausfallender Strahl eine Ebene (Reflexionsebene), die senkrecht auf der Oberfläche steht und es gilt: Einfallswinkel $\alpha =$ Ausfallswinkel β (Reflexionswinkel)

14.2. Schattenwurf

Kernschatten: Der Teil des Schattens, der von keinem Lichtstrahl erreicht wird.

Halbschatten: Der Teil des Schattens, der nur von einem Teil der Lichtstrahlen erreicht wird.



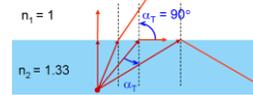
14.3. Brechungsgesetz / Totalreflexion

Das Licht wird im „optisch dichteren“ Medium zum Lot hin gebrochen.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

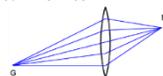
Totalreflexion: ($n_1 < n_2$)

$$\sin \alpha_T = \frac{n_1}{n_2}$$



14.4. Sphärische Linsen

Konvex / Sammellinse:



Allgemein vereinigt eine konvexe Linse alle von einem Punkt G ausgehenden Strahlen wieder (näherungsweise) in einem Punkt B.

Konkav / Zerstreuungslinse:



Eine konkave Linse führt ein paralleles Lichtbündel in ein divergentes Bündel über, das scheinbar von einem bildseitigen Brennpunkt auszugehen scheint.

14.5. Abbildungsgleichung / Abbildungsverhältnis

Abbildungsgleichung: $\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f} = \frac{g \cdot B}{G - B}$$

$$g = \frac{f \cdot b}{b - f} = \frac{G \cdot b}{B - G}$$

$$f = \frac{g \cdot b}{b + g} = \frac{G \cdot b}{B + G}$$

V: Abbildungsverhältnis (Vergrößerung / Verkleinerung)

B: Bildgrösse

G: Gegenstandsgrösse

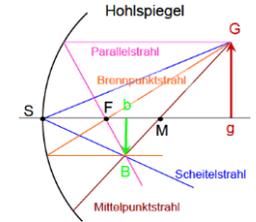
b: Bildweite

g: Gegenstandsweite

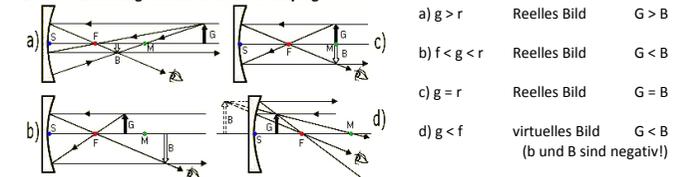
f: Brennpunkt / -weite

M: $2 \cdot f = r$

Virtuelles Bild beim Hohlspiegel:
Wenn b negativ ist handelt es sich um ein virtuelles Bild!



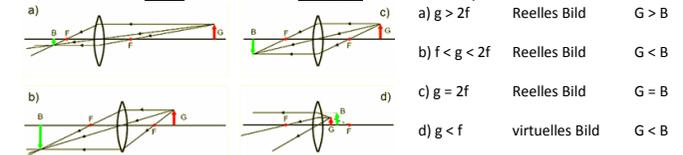
14.6. Abbildungsverhalten beim Hohlspiegel



14.7. Abbildungsverhalten der Linsen

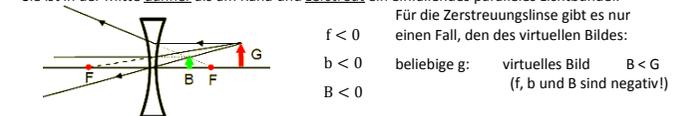
Konvex- oder Sammellinse:

Sie ist in der Mitte **dicker** als am Rand und **fokussiert** ein einfallendes paralleles Lichtbündel.



Konkav- oder Zerstreuungslinse:

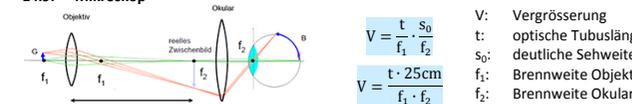
Sie ist in der Mitte **dünnere** als am Rand und **zerstreut** ein einfallendes paralleles Lichtbündel.



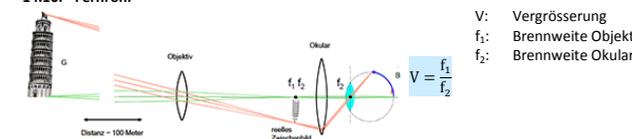
14.8. Lupe



14.9. Mikroskop

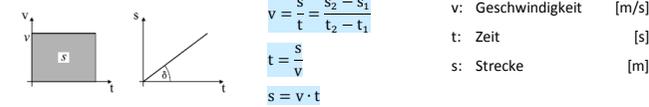


14.10. Fernrohr

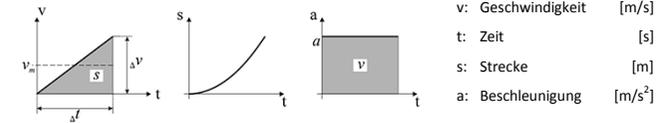


15. Kinematik

15.1. Gleichförmige geradlinige Bewegung

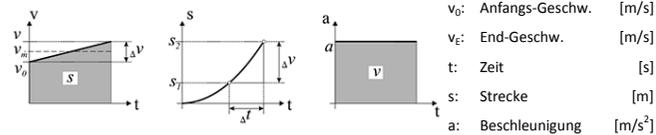


15.2. Gleichmäßige beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit



$v = a \cdot t$
 $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$
 $v = \frac{2 \cdot s}{t}$
 $t = \frac{v}{a}$
 $t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$
 $t = \frac{2 \cdot s}{v}$
 $s = \frac{v \cdot t}{2}$
 $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$
 $s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$
 $a = \frac{v}{t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$
 $a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$
 $a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$

15.3. Gleichmäßige beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit



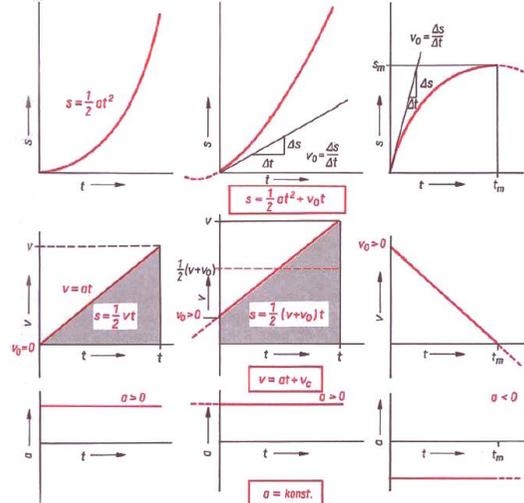
$v_E = v_0 + a \cdot t$
 $v_E = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s}$
 $v_E = \frac{2 \cdot s}{t} - v_0$
 $v_0 = v_E - a \cdot t$
 $v_0 = \sqrt{v_E^2 - 2 \cdot a \cdot s}$

$t = \frac{v - v_0}{a}$
 $t = \frac{v_E - v_0}{a}$
 $t = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2as}}{-a}$

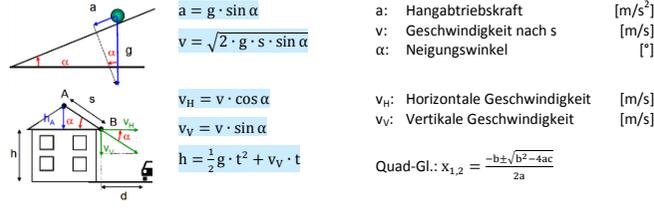
$s = \frac{v_0 + v_E}{2} \cdot t$
 $s = \frac{v_E^2 - v_0^2}{2 \cdot a} \cdot t$
 $s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$

Scheitelpunkt:
 $S = \left(-\frac{v_0}{a}; -\frac{v_0^2}{2a} \right)$

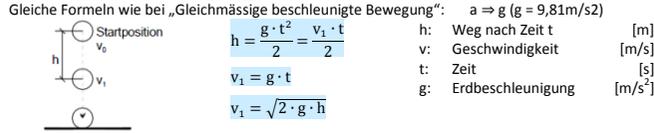
15.4. Übersicht gleichmäßig beschleunigte Bewegung



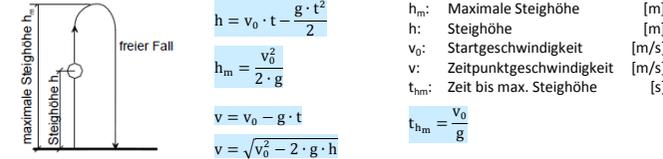
15.5. Geschwindigkeiten auf Gefällstrecken



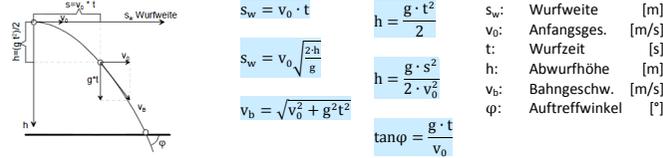
15.6. Freier Fall (ohne Luftreibung)



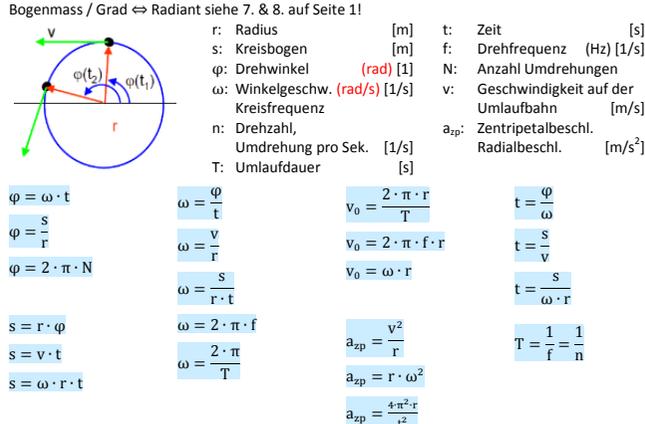
15.7. Senkrechter Wurf



15.8. Horizontaler Wurf



15.9. Gleichförmige Kreisbewegung



16. Dynamik

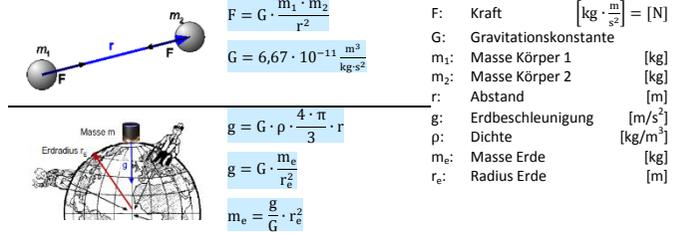
16.1. Newtonsche Gesetze

- Trägheitsprinzip: Ohne äussere Krafteinwirkung verharrt ein Körper im Zustand der Ruhe oder der geradlinigen Bewegung.
- Aktionsprinzip: Die Änderung der Bewegung einer Masse ist der Einwirkung der bewegendes Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.
- Reaktionsprinzip: Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus, so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper B auf Körper A. ($F_{12} = -F_{21}$)

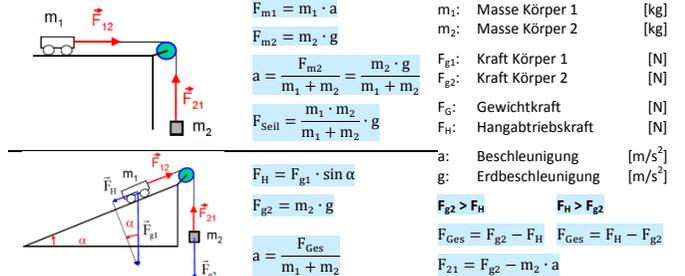
16.2. Grundgesetz der Dynamik / Gewichtskraft



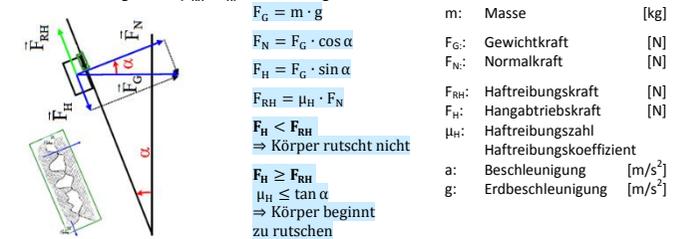
16.3. Gravitationsgesetz



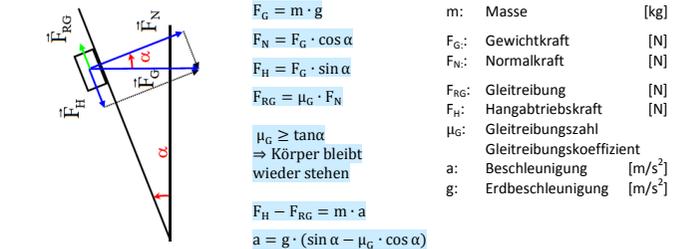
16.4. Trägheitsgesetz und Wechselwirkungsgesetz



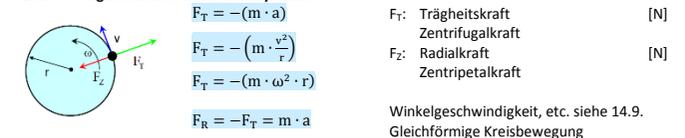
16.5. Reibungskräfte (F_{RH} > F_H) - Haftreibung



16.6. Reibungskräfte (F_{RG} < F_H) - Gleitreibung



16.7. Trägheitskräfte und Inertialsysteme



17. Physikalische Arbeit

17.1. Allgemein

Arbeit = Kraft · Weg
 $W = F \cdot s$

W: Arbeit [Nm], $[kg \cdot \frac{m^2}{s^2}]$, [J]
 F: Kraft [N]
 s: Weg [m]

17.2. Arbeit mit Kräften unter einem Winkel

$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$

W: Arbeit [J]
 F: Kraft [N]
 s: Weg [m]
 alpha: Steigungswinkel der Kraft [°]

17.3. Hubarbeit

$W_H = m \cdot g \cdot h$

W_H: Hubarbeit [J]
 m: Masse [kg]
 g: Erdbeschleunigung $[m/s^2]$
 h: Höhe, Weg [m]

17.4. Hubarbeit reibungsfrei auf schiefer Ebene

$W_{12} = F \cdot s$
 $W_{12} = m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha$
 $W_{12} = m \cdot g \cdot h$
 $F = m \cdot g \cdot \sin \alpha$
 $s = \frac{h}{\sin \alpha}$ $h = \frac{s}{\sin \alpha}$

W₁₂: Hubarbeit zw. 1 und 2 [J]
 F: Kraft [N]
 alpha: Winkel der Ebene [°]
 m: Masse [kg]
 g: Erdbeschleunigung $[m/s^2]$
 h: Höhe [m]
 s: Weg [m]

17.5. Flaschenzug, Hebel

$W_H = F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$

Was man an Kraft spart, muss man an Weg zusetzen!

n: Anzahl tragende Seile

$F_Z = \frac{1}{n} \cdot F_L$
 $s_Z = n \cdot s_L$

$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$

17.6. Beschleunigungsarbeit

$W_B = m \cdot a \cdot s$

Mit Anfangsgeschw.:
 $W_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_0^2)$

Ohne Anfangsgeschw.:
 $W_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

W_B: Beschleunigungsarbeit [J]
 m: Masse [kg]
 a: Beschleunigung $[m/s^2]$
 s: Strecke [m]

V_A: Anfangsgeschwindigkeit [m/s]
 V_E: Endgeschwindigkeit [m/s]

17.7. Federspannarbeit

$W_F = \frac{k}{2} \cdot s^2$
 $W_F = \frac{k}{2} \cdot (s_E^2 - s_A^2)$

$W_F = \frac{F}{2} \cdot s$
 $F = k \cdot s$

W_F: Federspannarbeit [J]
 k: Federkonstante [N/m]
 s: Strecke [m]
 s_A: Anfangsstrecke [m]
 s_E: Endstrecke [m]

17.8. Reibungsarbeit

$W_R = F_R \cdot s$
 $W_R = \mu \cdot m \cdot g \cdot s$
 $F_R = \mu \cdot m \cdot g$

W_R: Reibungsarbeit [J]
 F_R: Reibungskraft [N]
 mu: Reibungszahl
 m: Masse [kg]
 g: Erdbeschleunigung $[m/s^2]$
 s: Strecke [m]

18. Physikalische Energie

18.1. Energieerhaltungssatz

$E_{kin} + E_{pot} = E_{Gesamt}$

E: Energie [J]

Die Masse kann in der Gleichung ausgeklammert und gekürzt werden!

18.2. Kinetische Energie (Gespeicherte Beschleunigung / Rotation)

$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

E_k: kinetische Energie [J]
 m: Masse [kg]
 v: Geschwindigkeit [m/s]

18.3. Potentielle Energie (Gespeicherte Hubarbeit / Federarbeit)

$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$
 $E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2$

E_p: potentielle Energie [J]
 m: Masse [kg]
 g: Erdbeschleunigung $[m/s^2]$
 h: Höhe [m]
 k: Federkonstante [N/m]
 s: Strecke [m]

$E = E_k + E_p$
 $E_k = 1/2 \cdot m \cdot v_0^2$
 $E_p = m \cdot g \cdot h$

$E = E_k' + E_p' + W_{RA}$
 $E_k' = 1/2 \cdot m \cdot v'^2$
 $E_p' = 0$

$E = E_k'' + E_p'' + W_{RA} - W_{RR}$
 $E_k'' = 0$
 $E_p'' = 0$

$W_{RA} = S_A \cdot \mu \cdot g \cdot m \cdot g$
 $W_{RR} = S_R \cdot \mu \cdot g \cdot m \cdot g$

19. Physikalische Leistung

19.1. Leistung

$[P] = \frac{[J]}{[s]} = \frac{[kg \cdot m^2/s^2]}{[s]}$
 $[P] = [W]$ (Watt)

$P = \frac{W}{t}$
 $P = F_s \cdot \frac{s}{t} = F_s \cdot v$

P: Leistung [W]
 W: Arbeit [J]
 t: Zeit [s]
 F_s: Kraft [N]
 s: Strecke [m]
 v: Geschwindigkeit [m/s]

19.2. PS (Pferdestärke)

1PS = 735.75W

1PS ist definiert als Leistung, die benötigt wird um eine Masse von 75kg, im Schwerefeld der Erde (g = 9.81m/s²), mit der Geschwindigkeit von 1m/s anzuheben.

$1PS = 75kg \cdot \frac{9.81m}{s^2} \cdot \frac{1m}{s}$

20. Elektrotechnik

20.1. Strom / Spannung

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$
 $U = \frac{E_p}{Q}$
 $[U] = \frac{[J]}{[C]} = \frac{[N \cdot m]}{[A \cdot s]} = \frac{[kg \cdot m^2]}{[A \cdot s^2]}$

I: Strom (Amper) [A]
 U: Spannung (Volt) [V]
 t: Zeit [s]
 Q: Ladung [s]

20.2. Ohmsches Gesetz

$U = R \cdot I$
 $R = \frac{U}{I}$
 $I = \frac{U}{R}$

U: Spannung [V]
 I: Strom [A]
 R: Widerstand (Ohm) [Ω]

20.3. Leitungswiderstand

$\Omega \cdot m \Rightarrow \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ Faktor: · 10⁶

$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$

R: Widerstand [Ω]
 rho: Spez. Widerstand $[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}]$
 l: Länge [m]
 A: Querschnitt [mm²]

20.4. Leistung

$P = U \cdot I$
 $P = I^2 \cdot R$
 $P = \frac{U^2}{R}$

P: Leistung (Watt) [W]
 U: Spannung [V]
 I: Strom [A]
 R: Widerstand [Ω]

20.5. Energie, Elektrische Arbeit

$W = P \cdot t$
 $P = \frac{W}{t}$
 $t = \frac{W}{P}$

W: Energie [Ws]
 P: Leistung [W]
 t: Zeit [s]

20.6. Reihenschaltung von Spannungsquellen

$U_{Ges} = U_1 + U_2 + U_n$
 $I = I_1 = I_2 = I_n$

U: Spannung [V]
 I: Strom [A]

Parallelschaltungen von Spannungsquellen

$U = U_1 = U_2 = U_n$
 $I_{Ges} = I_1 + I_2 + I_n$

U: Spannung [V]
 I: Strom [A]

20.7. Reihenschaltung von Widerständen

$U_{Ges} = U_1 + U_2 + U_n$
 $I = I_1 = I_2 = I_n$
 $R_{Ges} = R_1 + R_2 + R_n$

U: Spannung [V]
 I: Strom [A]
 R: Widerstand [Ω]

20.8. Parallelschaltungen von Widerständen

$U = U_1 = U_2 = U_n$
 $I_{Ges} = I_1 + I_2 + I_n$

$R_{Ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_n}}$

Bei zwei Widerständen:
 $R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$
 $I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$
 $I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

U: Spannung [V]
 I: Strom [A]
 R: Widerstand [Ω]

20.9. Spannungsquellen mit Innenwiderstand

$U_{kl} = U_0 - U_{RI}$
 $U_{RI} = I \cdot R_i$
 $I = \frac{U_0}{R_{kl} + R_i}$
 $R_i = \frac{\Delta U_{kl}}{\Delta I}$

U_{kl}: Klemmenspannung [V]
 U₀: Quellenspannung [V]
 U_{RI}: Spannung Innenwiderst. [V]
 I: Strom [A]
 R_{kl}: Lastwiderstand [Ω]
 R_i: Innenwiderstand [Ω]

20.10. Wechselstrom (AC)

$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$
 $I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t)$
 $R = \frac{U_0}{I(t)} \cdot \sin(\omega \cdot t)$
 $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$

U_{0j}: Scheitelspannung [V]
 U(t): Spannung (Zeitpunkt) [V]
 I_{0j}: Strom (Zeitpunkt) [A]
 R: Widerstand [Ω]
 omega: Kreisfrequenz [1/s]
 f: Frequenz [Hz]
 t: Zeit [s]
 T: Periodendauer [s]

Achtung: RAD umschalten wenn pi

20.11. Effektivwerte Spannung und Strom

$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$
 $I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

U_{eff}: Effektivwert Spannung [V]
 U_{0j}: Scheitwert Spannung [V]
 I_{eff}: Effektivwert Strom [A]
 I_{0j}: Scheitwert Strom [A]

20.12. Mittlere Leistung

$P(t) = U(t) \cdot I(t) = [U_0 \cdot \sin(\omega t)] \cdot [I_0 \cdot \sin(\omega t)]$
 $R = 1.0 k\Omega$

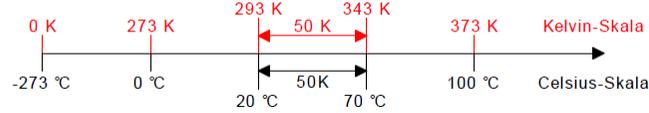
P_{0j}: Leistung (Zeitpunkt) [W]
 U(t): Spannung (Zeitpunkt) [V]
 U_{0j}: Scheitwert Spannung [V]
 I(t): Strom (Zeitpunkt) [A]
 I_{0j}: Scheitwert Strom [A]
 R: Widerstand [Ω]
 omega: Kreisfrequenz [1/s]

Achtung: RAD umschalten wenn pi

$P(t) = U(t) \cdot I(t)$
 $P(t) = \frac{U_0^2}{R} \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$
 $P(t) = I_0^2 \cdot R \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$

21. Wärmelehre

21.1. Kelvin ↔ Celsius



21.2. Druck von Flüssigkeiten und Gasen

1 bar = $10^5 \text{ Pa} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

$$p = \frac{F}{A}$$

p: Druck [N/m²], (Pascal) [Pa]
F: Kraft [N]
A: Fläche [m²]

Normaldruck: 1.013 bar = 101.3 kPa
Wassersäule: pro 10m = 1 bar

21.3. Kolbenruck

$$F_1 \cdot A_1 = F_2 \cdot A_2$$

$$p_1 = p_2$$

F₁: Kraft 1 [N]
F₂: Kraft 2 [N]
A₁: Fläche 1 [m²]
A₂: Fläche 2 [m²]

21.4. Schweredruck

$$p = \frac{F_G}{A} = \frac{m \cdot g}{A}$$

$$p = \rho_{\text{Fl}} \cdot V \cdot g = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot h$$

p: Druck [Pa]
F: Kraft [N]
g: Erdbeschleunigung [N/kg], [m/s²]
h: Höhe [m]
A: Fläche [m²]
ρ_{Fl}: Dichte Flüssigkeit [kg/m³]

Unter Wasser muss der Normaldruck (1.013bar) berücksichtigt werden!

21.5. Auftrieb in Flüssigkeiten und Gasen

Archimedisches Prinzip: Die Auftriebskraft eines Körper in einem Medium ist genauso gross wie die Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums.

$$p_1 = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot h_1$$

$$F_1 = p_1 \cdot A_1$$

$$F_1 = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot h_1 \cdot A_1$$

$$p_2 = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot h_2$$

$$F_2 = p_2 \cdot A_2$$

$$F_2 = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot h_2 \cdot A_2$$

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot h_1 \cdot A_1 - \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot h_2 \cdot A_2 = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot A \cdot (h_2 - h_1) = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot A \cdot h$$

$$F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot V$$

p: Druck [Pa]
F: Kraft [N]
g: Erdbeschleunigung [N/kg], [m/s²]
h: Höhe [m]
A: Fläche [m²]
ρ_{Fl}: Dichte Flüssigkeit [kg/m³]

21.6. %-Anteil eines Körpers im Wasser

$$F_A = F_G \text{ (Körper schwimmt)}$$

$$V_{\text{im Wasser}} \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot g = V_{\text{Körper}} \cdot \rho_{\text{Körper}} \cdot g$$

$$V_{\text{im Wasser}} \cdot \rho_{\text{Wasser}} = V_{\text{Körper}} \cdot \rho_{\text{Körper}}$$

$$V_{\text{im Wasser}} = V_{\text{Körper}} \cdot \frac{\rho_{\text{Körper}}}{\rho_{\text{Wasser}}}$$

(% - Anteil im Wasser)

g: Erdbeschleunigung [N/kg], [m/s²]

21.7. Kraftaufwand um ein Gewicht aus dem Wasser zu heben

F_x: Kraft [N]
ρ_G: Dichte Gewicht [kg/m³]
ρ_{Fl}: Dichte Flüssigkeit [kg/m³]
V_G: Volumen Gewicht [m³]
V_{Fl}: Volumen Flüssigkeit [m³]
h₁: Höhe zw. Fl.-Oberfl. und Gew. [m]
h₃: Höhe Gew. noch in der Fl. [m]
A_G: Fläche Gewicht [m²]
g: Erdbeschleunigung [N/kg], [m/s²]

Fall A: $F_x = F_G + F_{\text{Fl,G}}$
 $F_x = \rho_G \cdot V_G \cdot g + \rho_{\text{Fl}} \cdot h_1 \cdot A_G \cdot g$

Fall B: $F_x = F_G - F_{A1}$ ($F_{A1} = F_{\text{Fl,verdrängt}}$)
 $F_x = \rho_G \cdot V_G \cdot g - \rho_{\text{Fl}} \cdot V_G \cdot g$

Fall C: $F_x = F_G - F_{A2}$ ($F_{A2} = F_{\text{Fl,verdrängt}}$)
 $F_x = \rho_G \cdot V_G \cdot g - \rho_{\text{Fl}} \cdot A_G \cdot h_3 \cdot g$

21.8. 1. Hauptsatz der Wärmelehre

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

ΔU: Innere Energie [J]
ΔQ: Übertragene Wärmeenergie [J]
ΔW: Übertragene mechanische Arbeit [J]

21.9. Thermische Ausdehnung

$$\frac{\Delta l}{l_1} = \frac{l_2 - l_1}{l_1} = \alpha \cdot \Delta T$$

$$\frac{\Delta A}{A_1} = \frac{A_2 - A_1}{A_1} = \beta \cdot \Delta T$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \gamma \cdot \Delta T$$

$$\beta = 2\alpha \quad \gamma = 3\alpha$$

ΔT: Temperatur Änderung [K⁻¹]
l₁: Anfangs Länge [m]
l₂: End Länge [m]
Δl: Längen Änderung [m]
A₁: Anfangs Fläche [m²]
A₂: End Fläche [m²]
ΔA: Fläche Änderung [m²]
V₁: Anfangs Volumen [m³]
V₂: End Volumen [m³]
ΔV: Volumen Änderung [m³]
α: Längenausdehnungskoeffizient [K⁻¹]
β: Flächenausdehnungskoeffizient [K⁻¹]
γ: Volumenausdehnungskoeffizient [K⁻¹]

21.10. Wärmekapazität

„System“ / „Körper“: C: Wärmekapazität eines Körpers [$\frac{\text{J}}{\text{K}}$]
C₁₂: Wärmekapazität C1 + C2 [$\frac{\text{J}}{\text{K}}$]
c: spez. Wärmekapazität [$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$]
ΔQ: Wärmeenergie [J]
ΔT: Temperaturdifferenz [K]
m: Masse [kg]

„Material“: c = $\frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T}$
[c] = [$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$]

C₁₂ = (m₁ · c₁ + m₂ · c₂)
[C] = [$\frac{\text{J}}{\text{K}}$]

21.11. Wärmeverhalten von Gasen

Achtung: Temperatur ist in Kelvin! (°C + 273 = K)

$p \cdot V = n \cdot k \cdot T$ p: Druck [Pa]
 $p \cdot V = v \cdot R \cdot T$ v: Volumen [m³]
N: Anzahl Gasteilchen
Na: Avogadrozahl 6.022 · 10²³ [mol⁻¹]
K: Boltzmann-Konstante 1.38 · 10⁻²³ [$\frac{\text{J}}{\text{K}}$]
T: Temperatur [K]
R: Gaskonstante 8.31 [$\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$]

absoluter Druck! (+Normaldruck 1.013bar)

$$v = \frac{N}{N_a}$$

21.12. konstante Temperatur / Isotherme Zustandsänderung (Boyle Mariotte)

Temperatur = konstant $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$ p: Druck [N/m²], [Pa]
V: Volumen [m³]
 $p \sim \frac{1}{V}$

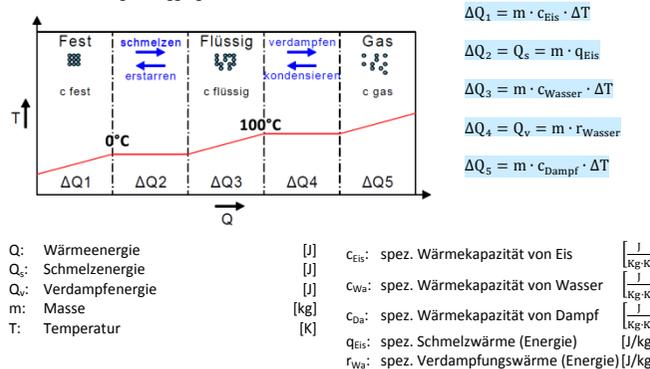
21.13. konstantes Volumen / Isochore Zustandsänderung (Gay-Lussac)

Volumen = konstant $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$ p: Druck [N/m²], [Pa]
T: Temperatur [K]
 $p \sim T$

21.14. konstanter Druck / Isobare Zustandsänderung (Charles)

Druck = konstant $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ V: Volumen [m³]
T: Temperatur [K]
 $V \sim T$

21.15. Änderung des Aggregatzustandes



21.16. Wärmebilanz bei Temperaturausgleich / Wärmemischung

Q_{ab} = Q_{auf} Q_{ab}: Abgegebene Wärmemenge [J]
Q_{auf}: Aufgenommene Wärmemenge [J]
T_M = $\frac{m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$ T_M: Mischtemperatur [K]
T₁: Temperatur Körper 1 [K]
T₂: Temperatur Körper 2 [K]
m₁: Masse Körper 1 [kg]
m₂: Masse Körper 2 [kg]
c₁: Wärmekapazität Körper 1 [J/(kg·K)]
c₂: Wärmekapazität Körper 2 [J/(kg·K)]

Temperaturausgleich (T₁ > T_M > T₂)
m₁ · c₁ (T₁ - T_M) = m₂ · c₂ (T_M - T₂)

22. Verschiedene Aufgaben

22.1. Resultierende Geschwindigkeit mit Abdrift

$$V_R = \sqrt{V_S^2 + V_F^2}$$

$$t = \frac{b}{V_S} \quad s = t \cdot V_R$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{V_F}{V_S}\right)$$

F_y: Strömungsgeschw. Fluss [m/s]
F_S: Schwimmggeschwindigkeit [m/s]
F_R: Resultierende Geschw. [m/s]
α: Abdrift-Winkel [°]
b: Fluss Breite [m]
t: Zeit zum überqueren [s]
s: Strecke [m]

22.2. Resultierende Geschwindigkeit mit Vorhaltwinkel

$$V_R = \sqrt{V_S^2 - V_F^2}$$

$$t = \frac{b}{V_R} \quad s = t \cdot V_R$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{V_F}{V_S}\right)$$

F_y: Strömungsgeschw. Fluss [m/s]
F_S: Schwimmggeschwindigkeit [m/s]
F_R: Resultierende Geschw. [m/s]
β: Vorhalte-Winkel [°]
b: Fluss Breite [m]
t: Zeit zum überqueren [s]
s: Strecke [m]

22.3. Potentielle Energie ⇒ kinetische Energie

Punkt A: E_{kA} + E_{pA}
 $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h$

Punkt B: E_{kB} + E_{pB} (E_{pB} = 0)
 $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0$

Punkt A: E_{kA} + E_{pA} (E_{pA} = 0)
 $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + 0$

Punkt B: E_{kB} + E_{pB}
 $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$

Punkt A: E_{kA} + E_{pA}
 $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_1$

Punkt B: E_{kB} + E_{pB}
 $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h_2$

22.4. Luftballon

$$F_{\text{Auftrieb}} = V_B \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot g$$

$$F_{\text{GLuft}} = V_B \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot \frac{T_{\text{außen}}}{T_{\text{innen}}} \cdot g$$

$$F_{\text{GSeide}} = V_S \cdot \rho_{\text{Seide}} \cdot g$$

$$F_{\text{GMasse}} = m \cdot g$$

V_S: Volumen Ballon [m³]
V_S: Volumen Seide [m³]
ρ_{Luft}: Dichte Luft [kg/m³]
ρ_{Seide}: Dichte Seide [kg/m³]
m: Masse [kg]
g: Erdbeschleunigung [m/s²]

Kräfte Gleichgewicht:
F_{Auftrieb} = F_{GLuft} + F_{GSeide} + F_{GMasse}