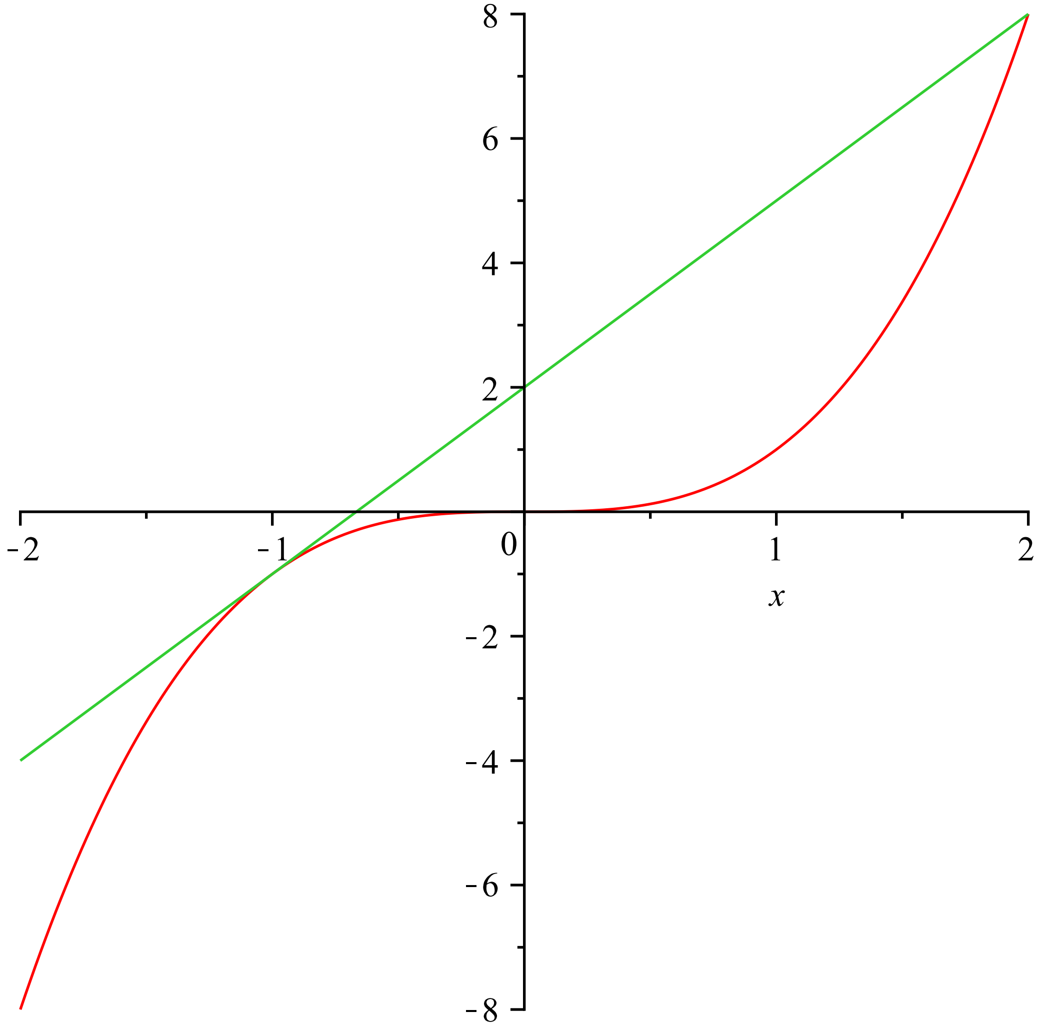
Felix Rohrer

Aufgabe 1

> $f := x \rightarrow x^3$:

> $g := x \rightarrow 3 \cdot x + 2$:

> $plot(\{f(x), g(x)\}, x = -2..2)$



Definition der Funktion f

> $restart$:

> $f := x \rightarrow x^3$:

Berechnung der Ableitung von f

> $df := x \rightarrow D(f)(x)$:

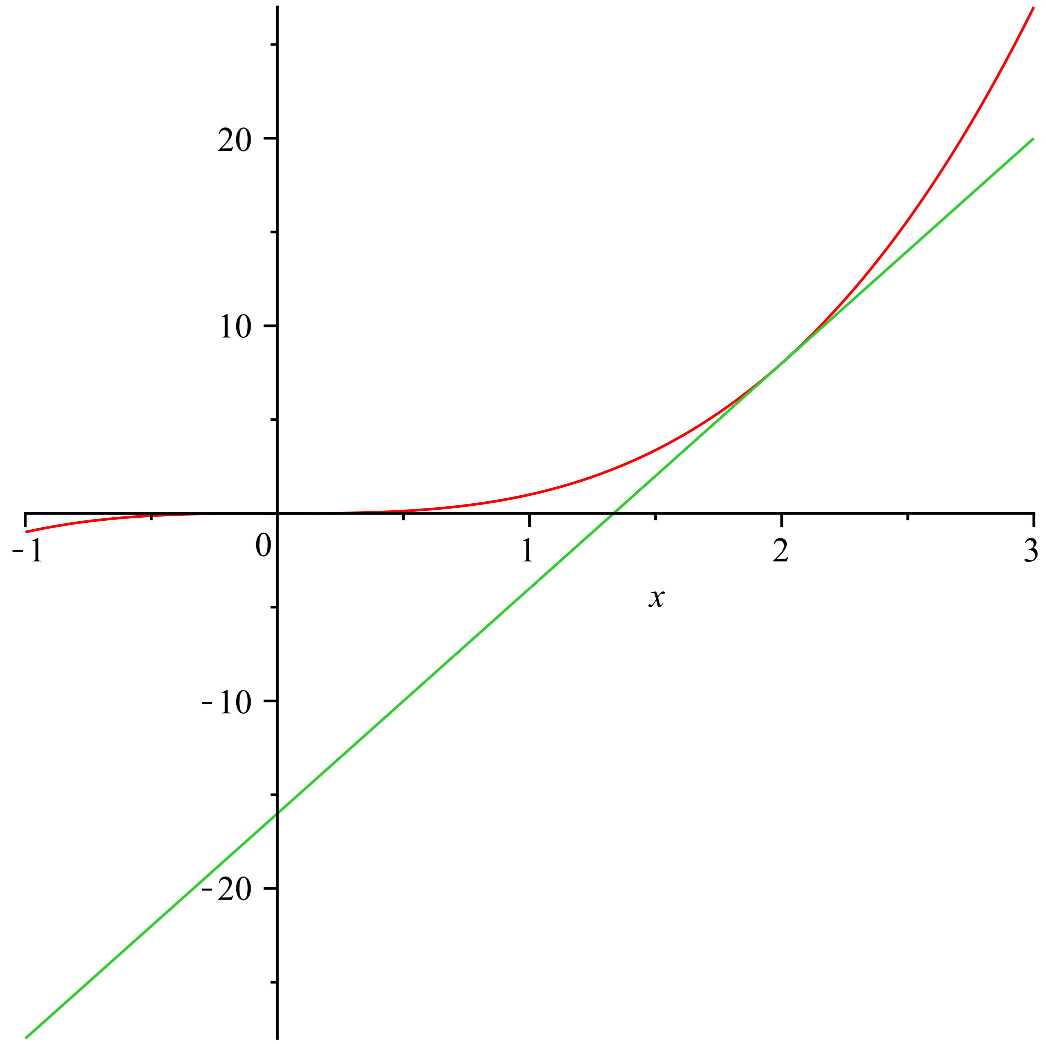
Gleichung der Tangente an G(f) im Punkt (xo, f(x0))

> $t := x \rightarrow f(x0) + df(x0) \cdot (x - x0)$:

Graph der Funktion und Tangente zeichnen fuer x0=2

> $x0 := 2$:

> $plot(\{f(x), t(x)\}, x = -1..3)$



20
10
-10
-20
-1
0
1
2
3
x

Aufgabe 2

Definition der Funktion f

> *restart*

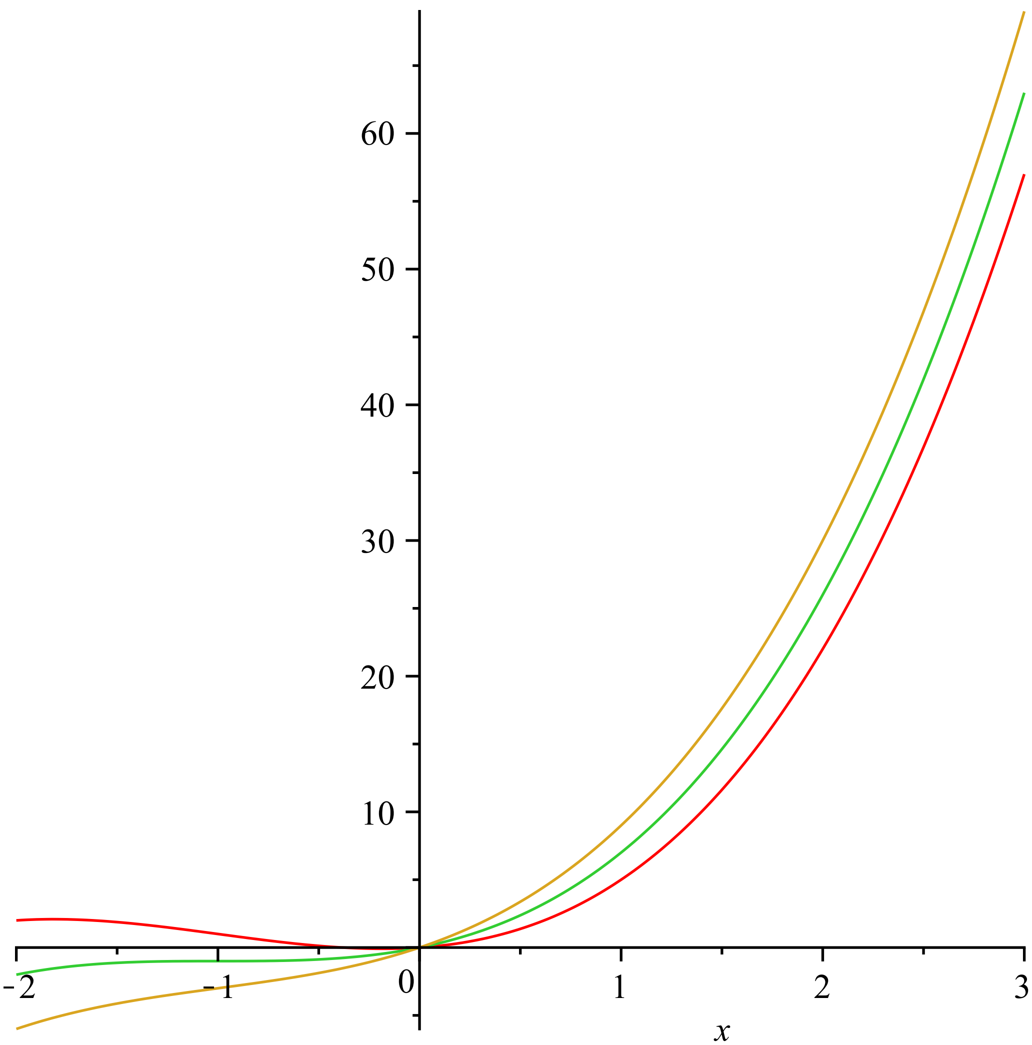
> $f := x \rightarrow x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x :$

Berechnung der Ableitung von f

> $df := \mathrm{D}(f)(x) :$

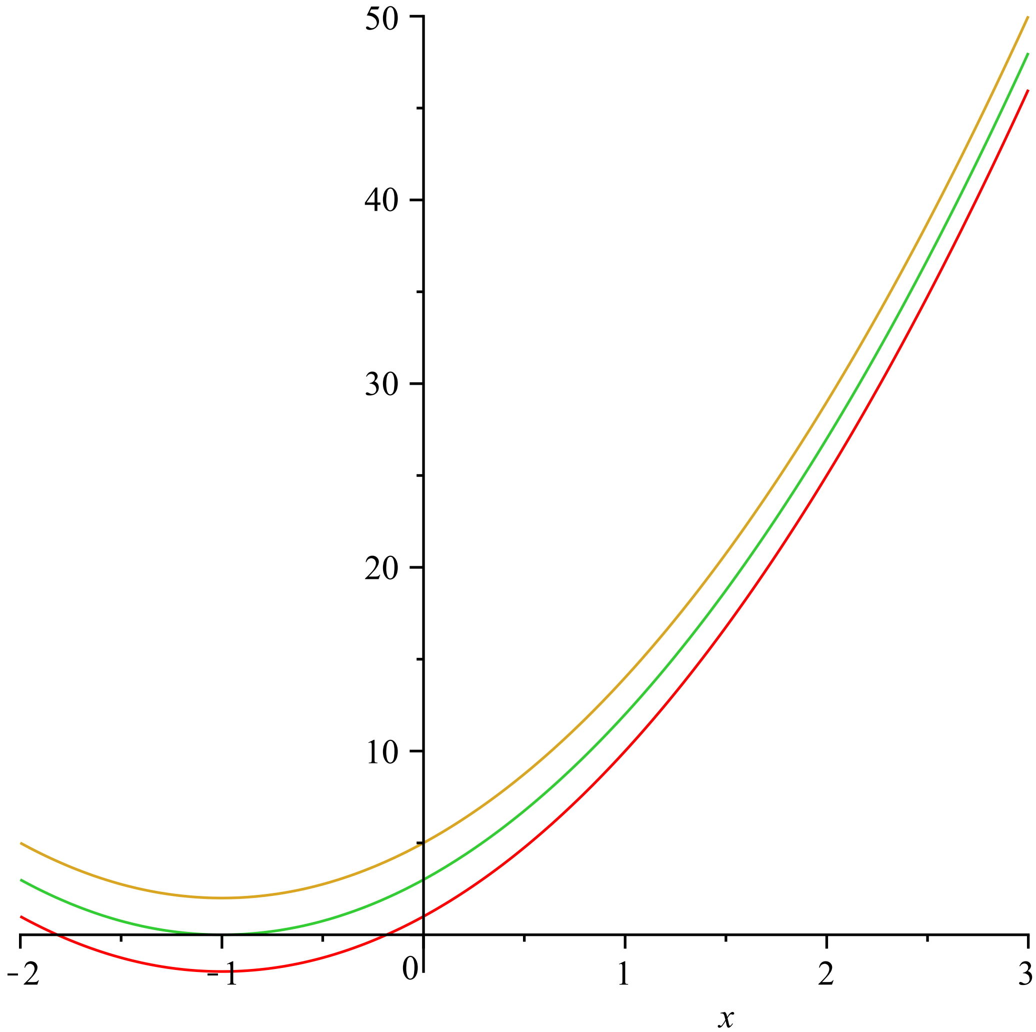
Wir betrachten drei Kurven fuer die jeweils b > a^2/3, b = a^2/3 und b < a^2/3 gilt. Wir waehlen dazu die folgenden Paare (a,b): (3,5), (3,3) und (3,1)

> $plot(\{subs(\{a=3, b=5\}, f(x)), subs(\{a=3, b=3\}, f(x)), subs(\{a=3, b=1\}, f(x))\}, x=-2..3)$



Nun zeichen wir noch die Ableitungen der drei Funktionen

> $plot(\{subs(\{a=3, b=5\}, df(x)), subs(\{a=3, b=3\}, df(x)), subs(\{a=3, b=1\}, df(x))\}, x=-2..3)$


50
40
30
20
10
-2
-1
0
1
2
3
x

Aufgabe 3

> *restart*

> $f := x \rightarrow x \cdot \sin(x)$:

Ableiten nach x und an der Stelle x=PI/2 auswerten

> $df := x \rightarrow \mathrm{D}(f)(x)$:

> $df\left(\frac{\mathrm{Pi}}{2}\right)$

$$1 \tag{1}$$

Defintion der Funktion g

> $g := b \rightarrow b^{(-3)}$:

Ableiten nach b und an der Stelle b=2 auswerten

> $dg := b \rightarrow \mathrm{D}(g)(b)$:

> $dg(2)$

$$-\frac{3}{16} \tag{2}$$

Definition der Funktion h

> $h := \mathrm{alpha} \rightarrow x \cdot \alpha^{\frac{1}{3}}$:

Ableiten nach "alpha" und an der Stelle alpha=1 auswerten

> $dh := \mathrm{alpha} \rightarrow \mathrm{D}(h)(\mathrm{alpha})$:

> $dh(1)$

$$\frac{1}{3}\,x \tag{3}$$

Definition der Funktion x

> $x := t \rightarrow \cos(t)$:

Ableiten nach t und an der Stelle t=0 auswerten

> $dx := t \rightarrow \mathrm{D}(x)(t)$:

> $dx(0)$

$$0 \tag{4}$$

Aufgabe 4

Definition der Funktion f

> $restart$

> $x := t \rightarrow (t-a)^3 :$

Ableiten nach t und an der Stelle t=1 auswerten

> $dx := t \rightarrow \mathrm{D}(x)(t) :$

> $dx(1)$

$$3\,(1-a)^2 \tag{5}$$

Aufgabe 5

Definition der Funktionen f und g (durch Aufloesen nach y)

> $restart$

> $f := x \rightarrow \frac{2 \cdot x^2}{(x+1)}$:

> $g := x \rightarrow -2 \cdot x + 1$:

Berechnung der Ableitung

> $df := x \rightarrow \mathrm{D}(f)(x)$:

> $dg := x \rightarrow \mathrm{D}(g)(x)$:

Gleichsetzen der Ableitungen und Aufloesen nach x

> $sol := [solve(df(x) = dg(x), x)]$:

> $x1 := op(1, sol)$:

> $x2 := op(2, sol)$:

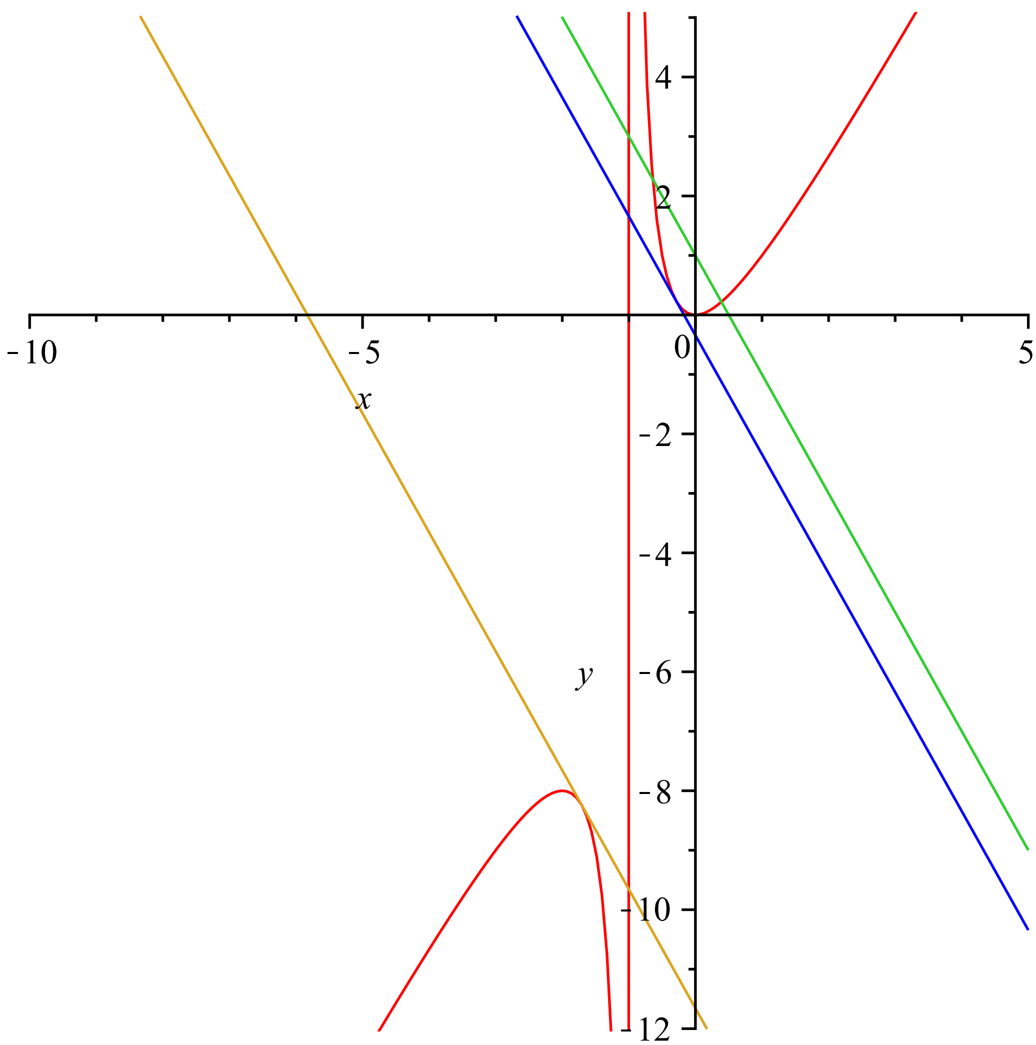
Tangenten an diesen beiden Stellen

> $t1 := x \rightarrow f(x1) + df(x1) \cdot (x - x1)$:

> $t2 := x \rightarrow f(x2) + df(x2) \cdot (x - x2)$:

Graph mit Funktionen und Tangenten

> $plot(\{f(x), g(x), t1(x), t2(x)\}, x = -10..5, y = -12..5)$



Aufgabe 6

Definition der Funktion f

> $restart$

> $f := x \rightarrow \exp(x)$:

Berechnung der Ableitung

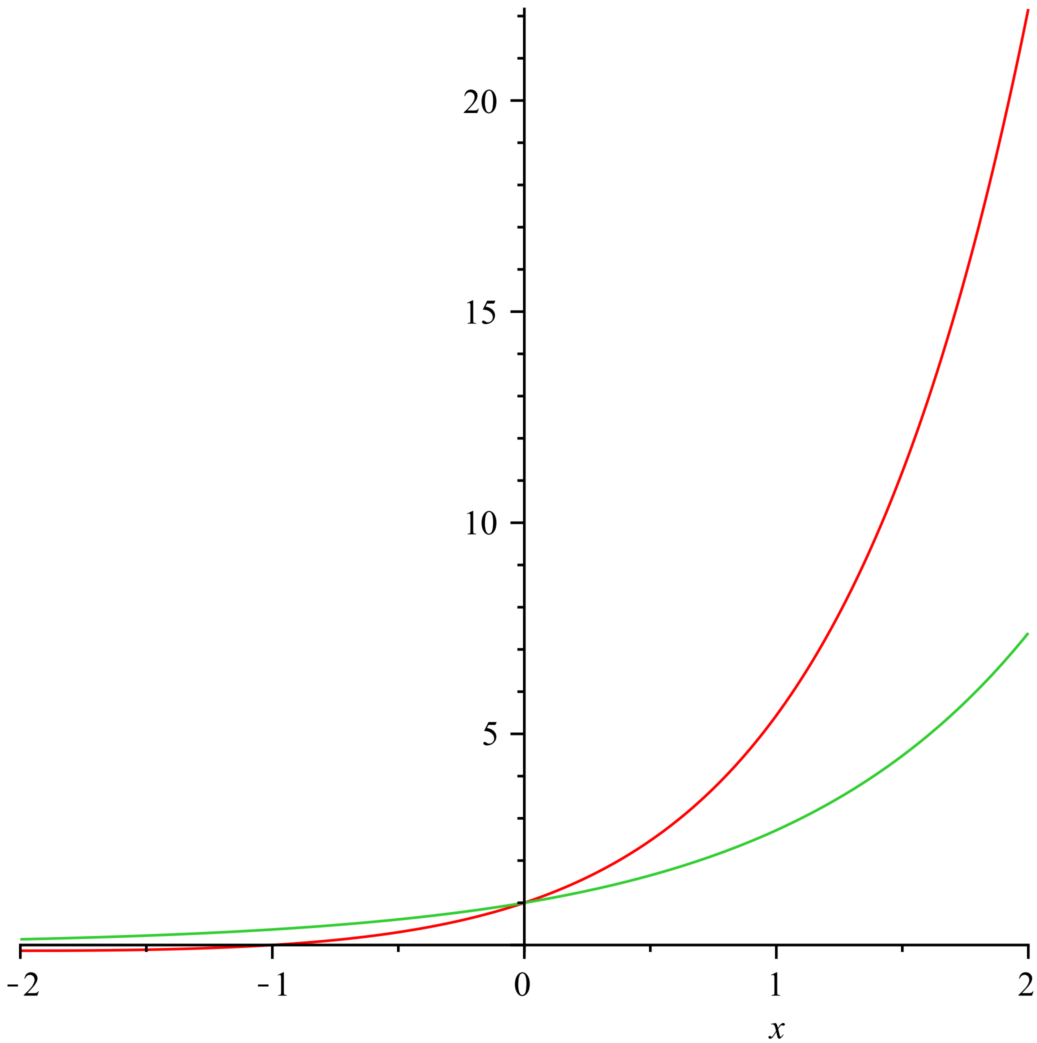
> $df := x \rightarrow \mathrm{D}(f)(x)$:

Gleichung der Tangente

> $t := x \rightarrow f(x) + df(x) \cdot (x - x0)$:

Graph mit Funktion und Tangente (aber fuer x0=0)

> $plot(subs(x0 = 0, \{f(x), t(x)\}), x = -2..2)$



Aufgabe 7

```
> restart
> a := 1 :
> xk := 0.1 :
> for k from 1 by 1 to 10 do
   xk := (2·xk) − (xk·xk·a);
   printf("%3d : %f\n", k, xk)
  od
```

$$xk := 0.19$$

```
  1 : 0.190000
```

$$xk := 0.3439$$

```
  2 : 0.343900
```

$$xk := 0.56953279$$

```
  3 : 0.569533
```

$$xk := 0.8146979811$$

```
  4 : 0.814698
```

$$xk := 0.9656631616$$

```
  5 : 0.965663
```

$$xk := 0.9988209813$$

```
  6 : 0.998821
```

$$xk := 0.9999986103$$

```
  7 : 0.999999
```

$$xk := 1.000000000$$

```
  8 : 1.000000
```

$$xk := 1.000000000$$

```
  9 : 1.000000
```

$$xk := 1.000000000$$

```
 10 : 1.000000
```

```
>
>
```