

Testaufgabe SW4

Felix Rohrer

▼ 401

[Lösen Sie die Gleichungen exakt und numerisch.

▼ a)

[> restart

[> $gl := \exp(2x) = 3$

$$gl := e^{2x} = 3 \quad (1.1.1)$$

[> solve(gl, x)

$$\frac{1}{2} \ln(3) \quad (1.1.2)$$

[> fsolve(gl, x)

$$0.5493061443 \quad (1.1.3)$$

▼ b)

[> restart

[> $gl := \exp(-x) = 4 \cdot \exp(x) + 1$

$$gl := e^{-x} = 4e^x + 1 \quad (1.2.1)$$

[> solve(gl, x)

$$\ln\left(-\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{17}\right), \ln\left(-\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{17}\right) \quad (1.2.2)$$

[> fsolve(gl, x)

$$-0.9406136421 \quad (1.2.3)$$

402)

[Lösen Sie die Gleichung exakt und / oder numerisch

a)

> restart

> gl := sqrt(x - 8) + sqrt(x) = 2

$$gl := \sqrt{x-8} + \sqrt{x} = 2$$

(2.1.1)

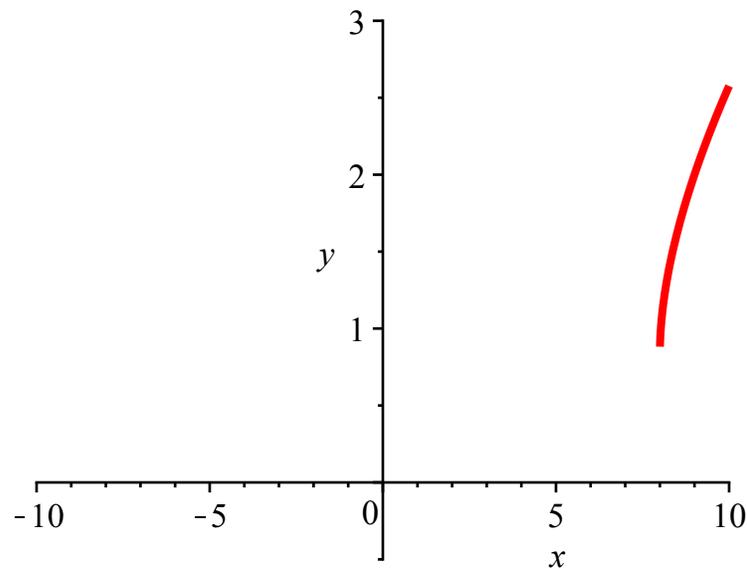
> solve(gl, x)

> fsolve(gl, x)

$$fsolve(\sqrt{x-8} + \sqrt{x} = 2, x)$$

(2.1.2)

> plot(sqrt(x - 8) + sqrt(x) - 2, x=-10..10, y=-0.5..3, thickness=3)



Keine Lösung...

b)

> restart

> gl := sqrt(x - 8) + sqrt(x) = 12

$$gl := \sqrt{x-8} + \sqrt{x} = 12$$

(2.2.1)

> solve(gl, x)

$$\frac{361}{9}$$

(2.2.2)

> fsolve(gl, x)

$$40.11111111$$

(2.2.3)

403

Bestimmen Sie die exakten Lösungen der Gleichung. Haben Sie alle Lösungen? (Es gibt drei Lösungen.)

```
> restart
```

```
> gl := x3 + 3·x2 - 7·x + 3 = 0
```

$$gl := x^3 + 3x^2 - 7x + 3 = 0 \quad (3.1)$$

```
> solve(gl, x)
```

$$1, -2 - \sqrt{7}, -2 + \sqrt{7} \quad (3.2)$$

```
# exakt: solve
```

```
# numerisch: fsolve
```

```
# numerisch, komplexe zahlen: fsolve(...,complex)
```

404

Bestimmen Sie numerisch mit drei Stellen (n.d. Komma) die Lösungen der Gleichung. Es müssen vier Lösungen sein.

```
> restart
```

```
> Digits := 3
```

$$Digits := 3 \quad (4.1)$$

```
> gl := x4 + 7·x3 + x = x3 + 4·x2
```

$$gl := x^4 + 7x^3 + x = x^3 + 4x^2 \quad (4.2)$$

```
> fsolve(gl, x, complex)
```

$$-6.63, 0., 0.313 - 0.230 I, 0.313 + 0.230 I \quad (4.3)$$

405

Bestimmen Sie grafisch und numerisch die Lösungen der Gleichung

> restart

> Digits := 3

Digits := 3

(5.1)

> f1 := 3 x³ - sin(3 x)

f1 := 3 x³ - sin(3 x)

(5.2)

> f2 := exp(2 x)

f2 := e^{2x}

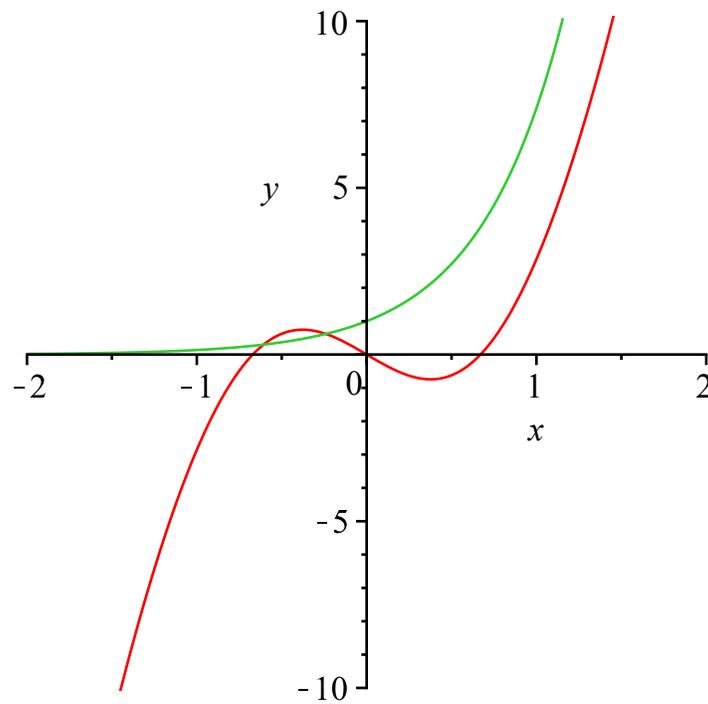
(5.3)

> gl := f1 = f2

gl := 3 x³ - sin(3 x) = e^{2x}

(5.4)

> plot([f1, f2], x = -2 .. 2, y = -10 .. 10)



> fsolve(gl, x, x = -1 .. -0.5)

-0.607

(5.5)

> fsolve(gl, x, x = -0.5 .. 0)

-0.240

(5.6)

406

Bestimmen Sie die negative Lösung der Gleichung

```
> restart
```

```
> Digits := 3
```

```
Digits := 3
```

(6.1)

```
> f1 := sin(x)
```

```
f1 := sin(x)
```

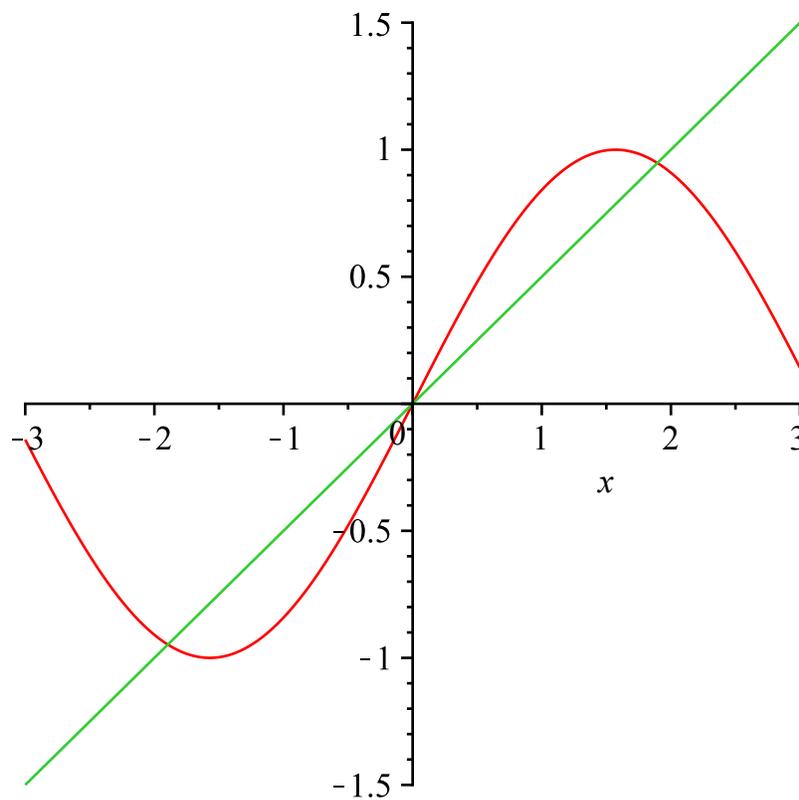
(6.2)

```
> f2 :=  $\frac{x}{2}$ 
```

```
f2 :=  $\frac{1}{2} x$ 
```

(6.3)

```
> plot([f1, f2], x = -3 .. 3)
```



```
> fsolve(f1 = f2, x, x = -3 .. -1)
```

```
-1.90
```

(6.4)

407

[Suchen Sie alle Lösungen der Gleichung im Intervall $[-1; 0]$.

> *restart*

> *Digits := 3*

Digits := 3

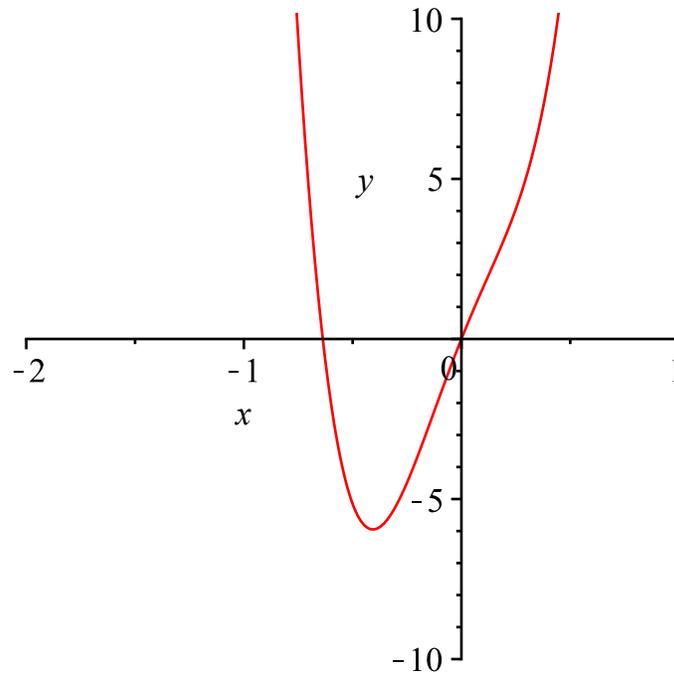
(7.1)

> $gl := 23x^5 + 105x^4 - 10x^2 + 17x$

$gl := 23x^5 + 105x^4 - 10x^2 + 17x$

(7.2)

> *plot(gl, x=-2..1, y=-10..10)*



> *fsolve(gl, x, x=-1..0)*

-0.637, 0.

(7.3)

408

[Der Graph der Funktion $f(x)$ geht durch $(0; 2)$, $(1; 3)$ und $(2; 5)$. Berechnen Sie $f(x)$ und $f(-2)$.

> restart

$$\begin{aligned} > f := x \rightarrow \exp(0.2 \cdot x) \cdot (a \cdot x^2 + b \cdot x + c) \\ & f := x \rightarrow e^{0.2x} (a x^2 + b x + c) \end{aligned} \quad (8.1)$$

> gl := {f(0) = 2, f(1) = 3, f(2) = 5}

$$\begin{aligned} > gl := \{1. c = 2, 1.221402758 a + 1.221402758 b + 1.221402758 c = 3, 5.967298792 a \\ & + 2.983649396 b + 1.491824698 c = 5\} \end{aligned} \quad (8.2)$$

> solve(gl, {a, b, c})

$$\{a = 0.2196078551, b = 0.2365844044, c = 2.\} \quad (8.3)$$

> assign(%)

> f(x)

$$e^{0.2x} (0.2196078551 x^2 + 0.2365844044 x + 2.) \quad (8.4)$$

> f(-2)

$$1.612295745 \quad (8.5)$$

409

[Lösen Sie...

> restart

> f1 := x + a·y = 2

$$f1 := x + a y = 2 \quad (9.1)$$

> f2 := x - y = 0

$$f2 := x - y = 0 \quad (9.2)$$

> solve({f1, f2}, {x, y})

$$\left\{ x = \frac{2}{1+a}, y = \frac{2}{1+a} \right\} \quad (9.3)$$

410

Bestimmen Sie die Schnittpunkte zwischen dem Kreis mit der Gleichung ... und der Geraden...
(Gleichungssystem lösen).

> restart

> Digits := 3

Digits := 3

(10.1)

> with(plots) :

> kreis := (x - 2)² + (y - 3)² = 16

kreis := (x - 2)² + (y - 3)² = 16

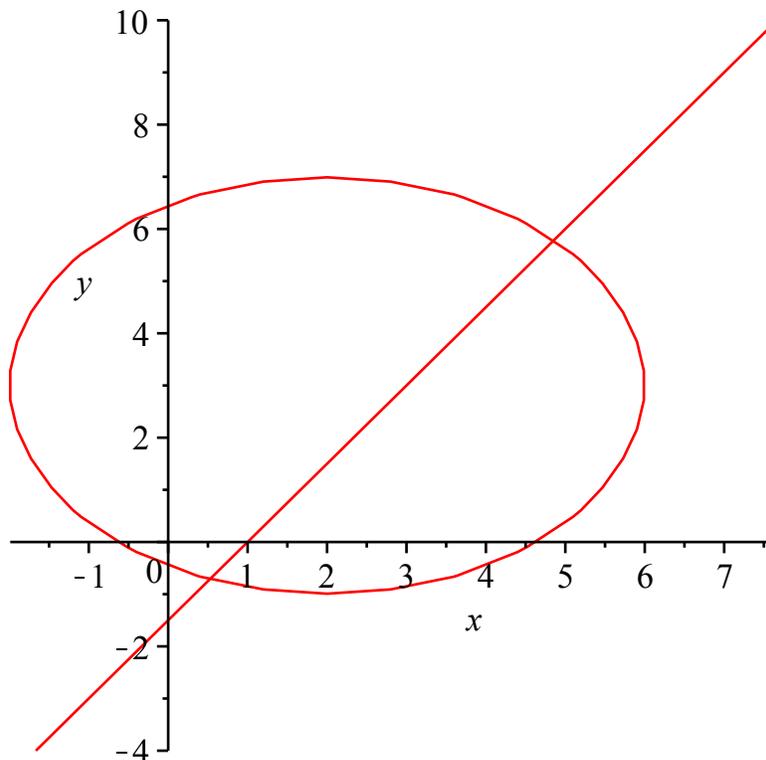
(10.2)

> gerade := 3·x - 2·y = 3

gerade := 3 x - 2 y = 3

(10.3)

> implicitplot({kreis, gerade}, x = -10 .. 10, y = -4 .. 10)



> fsolve({kreis, gerade}, {x, y}, x = 0 .. 2)

{x = 0.522, y = -0.717}

(10.4)

> fsolve({kreis, gerade}, {x, y}, x = 4 .. 6)

{x = 4.86, y = 5.79}

(10.5)

411

Bestimmen Sie die Lösungen mit $y > 0$ des Gleichungssystems

> *restart ; with(plots) :*

> *Digits := 3*

Digits := 3

(11.1)

> *f1 := 2·x² - y² = -1*

f1 := 2 x² - y² = -1

(11.2)

> *f2 := x⁴ + y⁴ = 2*

f2 := x⁴ + y⁴ = 2

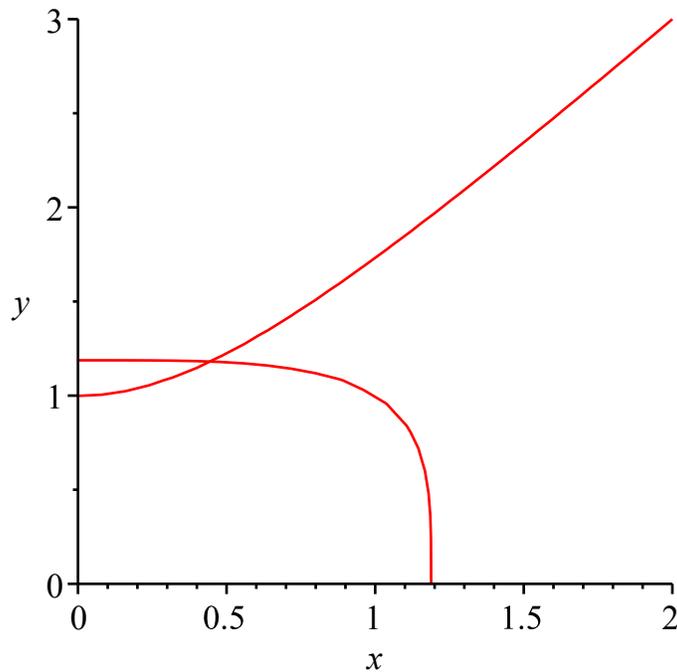
(11.3)

> *fsolve({f1, f2}, {x, y}, y = 0 .. 100)*

{x = 0.447, y = 1.18}

(11.4)

> *implicitplot({f1, f2}, x = 0 .. 2, y = 0 .. 3)*



>