

Relationen - Übung I

DMG

Felix Pöcher
27.02.2013

Aufgabe 1:

A

1/3

$$A = \{b, z\} \quad B = \{3, 1, 5\}$$

$$A \times B = \{(b, 3), (b, 1), (b, 5), (z, 3), (z, 1), (z, 5)\}$$

$$B \times A = \{(3, b), (3, z), (1, b), (1, z), (5, b), (5, z)\}$$

$$A \times B \neq B \times A \quad (\text{auch } A \neq B) \Rightarrow \text{Kommutativgesetz gilt nicht!}$$

Aufgabe 2:

$$A \times A \times B = \{(b, b, 3), (b, b, 1), (b, b, 5), (b, z, 3), \underline{(b, z, 1)}, (b, z, 5), (z, b, 3), (z, b, 1), (z, b, 5), (z, z, 3), (z, z, 1), \underline{(z, z, 5)}\}$$

Exist?

 $(b, z, 1) \checkmark$ $(z, z, 5) \checkmark$

$(1, z, 1)$ existiert nicht, möglich wäre es in $B \times A \times B$.

Aufgabe 3:

Anz. Relationen n -Elemente in Menge A ? $\Rightarrow A \times A$

Bei m Elementen: 2^m

Bei n Elementen anz. Relationen = $2^n \times 2^n \Rightarrow 2^{n^2}$

Bsp 1 Element: 4 $\cong 2^2$

2 Elemente: 16 $\cong 2^4$

3 " : 512 $\cong 2^9$

4 " : 65'536 $\cong 2^{16}$

Aufgabe 4:

$$x \in \mathbb{R} \text{ und } y \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}^2$$

$y = 3x \Rightarrow$ für jedes x gibt es nur ein $y \Rightarrow$ Funktion

$$f: A \rightarrow B, x \mapsto y = f(3x)$$

Aufgabe 5:

DMG

Felix Rohrer

2/3

R_1 "teilt"

$$R_1 = \{(a, b) \mid a \mid b\} \subset \mathbb{Z}^2$$

R_2 "Vielfaches"

$$R_2 = \{(a, b) \mid \exists k \in \mathbb{Z} (a = k \cdot b)\} \subset \mathbb{Z}^2$$

$R_1 \cup R_2 = \{ \text{"beide Teilmengen"} \}$

$R_1 \cap R_2 = \{ \text{"nur die gemeinsamen"} \}$

$R_1 \setminus R_2 = \{ \}$ (leere Menge)

$R_2 \setminus R_1 = \{ \}$ " " "

Aufgabe 6:

R (a, b)

$a \hat{=} \text{Eltern}$

S (b, c)

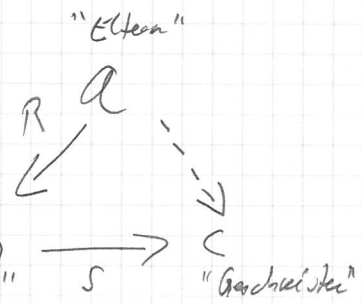
$b \hat{=} \text{Kind}$
 $c \hat{=} \text{Geschwister zu b}$

$S \circ R$ (a, c)

Die Eltern von b sind auch die Eltern von c.

$R \circ S$ (a, c)

Von b aus sind a und b Geschwister und c ein Kind, "Kinder" somit a Tante / Onkel.



Aufgabe 7:

R (a, b)

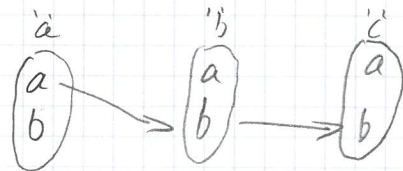
a Elternteil von b

R^2

a Eltern von b, ist Eltern von c
 \Rightarrow Großvater / Großmutter

R^3

$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$
 \Rightarrow Ur-Großvater / -Mutter



Aufgabe 8:

reflexiv : Loop auf sich selbst (x, x)

symmetrisch : Bei jeder gerichteten Kante auf einen anderen Knoten, gibt es auch eine zurück. $(x, y) \Leftrightarrow (y, x)$

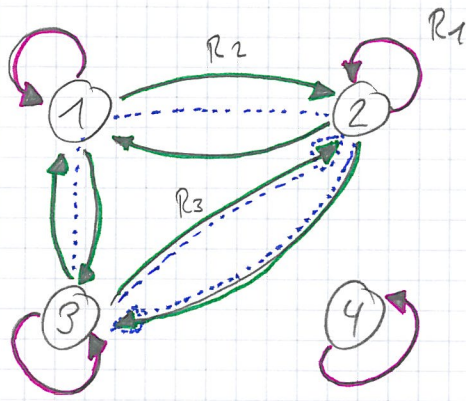
transitiv : Wenn a auf b zeigt und b auf c, dann ist auch $a \rightarrow c$
 (a, b) und (b, c) dann (a, c)

Aufgabe 9:

DMG

Felix Nedra
3/3

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$



reflexiv : $\underline{R_1} = \{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4) \}$

symmetrisch : $\underline{R_2} = \{ (1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (2,3), (3,2) \}$

transitiv : $\underline{R_3} = \{ (2,3), (3,2) \}$

Äquivalenzrelation : $R_1 \cup R_2 \cup R_3 =$
 $\{ (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3), (4,4) \}$